Diseño óptimo de un regulador de tensión en paralelo

Federico Miyara

1. Regulador simple con un diodo de ruptura

El caso más simple es el regulador con un diodo zener, indicado en la figura 1. Si bien el circuito parece muy sencillo, su diseño requiere cierto cuidado para lograr las mejores condiciones de operación para el zener y el mejor rendimiento.

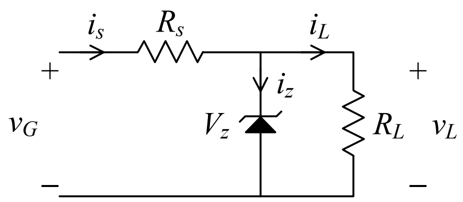

Figura 1. Un regulador paralelo basado en un diodo zener

La corriente i_s entregada por el generador está dada por

$$i_s = \frac{v_G - v_L}{R_s} = i_Z + i_L . \tag{1}$$

Suponiendo por el momento que v_G es constante, vemos que las corrientes por el zener y por la carga responden a un *principio de bascularidad*, es decir que la corriente entregada por la fuente bascula entre el zener y la carga según sea lo requerido por esta última. Normalmente i_L es una variable aleatoria que depende de la carga y de sus condiciones de operación. Por ejemplo, si la carga fuera un amplificador de audio, la corriente variaría alrededor de un punto de trabajo conforme va variando la señal. Nos interesa ver cómo varía la corriente por el zener:

$$i_Z = \frac{v_G - v_L}{R_s} - i_L . \tag{2}$$

Si suponemos que por especificación se cumple que $I_{L\text{mín}} < i_L < I_{L\text{máx}}$, se verificará

$$\frac{v_G - v_L}{R_s} - i_{L\,\text{máx}} < i_Z < \frac{v_G - v_L}{R_s} - i_{L\,\text{mín}} . \tag{3}$$

Para garantizar el funcionamiento del zener es necesario que en la peor condición circule por él al menos la corriente $I_{Z\text{mín}}$ que asegura que la regulación. Esta condición se da para $i_L = i_{L\text{máx}}$, de donde resulta

$$I_{s\text{mín}} = I_{L\text{máx}} + I_{Z\text{mín}}. \tag{4}$$

Para esto hace falta que

$$R_s \leq \frac{v_G - V_L}{I_{L\,\text{máx}} + I_{Z\,\text{mín}}}. \tag{5}$$

Si ahora permitimos que la tensión del generador varíe,[1] $V_{G\text{mín}} \leq v_G \leq V_{G\text{máx}}$, la resistencia deberá satisfacer la condición anterior aun para el mínimo valor de v_G, es decir

$$R_s \leq \frac{V_{G\,\text{mín}} - V_L}{I_{L\,\text{máx}} + I_{Z\,\text{mín}}}. \tag{6}$$

Ahora hagamos algunas consideraciones energéticas. La potencia suministrada por el generador es

$$P_G = i_s v_G. \tag{7}$$

La potencia entregada a la carga será, a su vez,

$$P_L = i_L v_L, \tag{8}$$

de modo que el rendimiento de la fuente estará dado por

$$\eta = \frac{P_L}{P_G} = \frac{i_L v_L}{i_s v_G}. \tag{9}$$

En todo diseño es importante lograr el máximo rendimiento posible, es decir, el mínimo consumo de energía. Suponiendo v_G, v_L e i_s fijos, el rendimiento máximo se logra cuando la corriente de carga es máxima, ya que en este caso es mínima la corriente por el zener y por lo tanto también lo es la potencia disipada por éste.

Suponiendo ahora que $i_L = i_{L\text{máx}}$, vemos que el rendimiento crece al reducir i_s y v_G. A primera vista parecería que la solución óptima se logra eligiendo los mínimos valores posibles de estos parámetros. El mínimo valor de v_G sería, en principio, v_L, lo cual obligaría a elegir $R_s = 0$. Esta solución no es admisible porque la corriente i_s quedaría indeterminada.[2] Aunque podría parecer que reducir v_G a un valor muy cercano a v_L (por ejemplo, $v_L + 0{,}1$ V) proporcionaría un rendimiento cercano al óptimo, esto no sucede debido a que en todos los casos prácticos v_G varía. Esto implica que si fijamos su valor mínimo muy próximo a v_L, el valor máximo no estará tan próximo y, como R_s es en este caso pequeña, i_s aumentaría demasiado. El exceso de corriente deberá dirigirse al zener, con dos consecuencias: el zener resultará muy sobrecargado, obligando a sobredimensionarlo, y se disipará en él y en R_s mucha potencia, con lo cual bajará el rendimiento.

Como ejemplo numérico, supongamos $V_L = 10$ V, $I_L = 100$ mA e $I_{Z\text{mín}} = 1$ mA y que la máxima variación de v_G es un 20 %. Si adoptamos $V_{G\text{mín}} = 10{,}5$ V resultará

$$R_s = \frac{10{,}5 - 10}{0{,}1 + 0{,}001}\,\Omega \cong 4{,}95\,\Omega.$$

En la situación de máxima corriente por la carga, es decir, 100 mA, por el zener circulará 1 mA. Si ahora v_G se incrementa en un 10 %, $V_{G\text{máx}} = 12{,}6$ V, la corriente i_s será:

[1] Esta variación se puede deber tanto a la presencia de algún ripple residual del rectificador y el filtro como a derivas originadas en las fluctuaciones de consumo del sistema de suministro de energía eléctrica.

[2] Sería un caso de tipo 0/0. En la práctica, el valor de i_s resultaría nulo debido a la resistencia no nula del conductor y del generador.

$$i_s \;=\; \frac{12{,}6 \;-\; 10}{4{,}95}\,\mathrm{A} \;=\; 525\ \mathrm{mA}$$

por lo que el zener no sólo deberá soportar 425 mA sino que el rendimiento se habrá reducido a un 19 %.

Determinemos el valor de $V_{G\text{mín}}$ que optimiza el rendimiento. Sea α el incremento relativo entre $V_{G\text{mín}}$ y $V_{G\text{máx}}$, es decir,

$$V_{G\text{máx}} \;=\; (1+\alpha)\, V_{G\text{mín}}. \tag{10}$$

Si se ha adoptado un valor de $V_{Gmín}$ la resistencia óptima puede calcularse como

$$R_s \;=\; \frac{V_{G\,\text{mín}} \;-\; V_L}{I_{L\,\text{máx}} \;+\; I_{Z\,\text{mín}}}. \tag{11}$$

El caso que nos interesa optimizar es el peor caso, es decir, cuando la tensión de entrada alcanza su valor máximo. En tal situación también i_s es máxima. El rendimiento resulta

$$\eta \;=\; \frac{i_L\, V_L}{\dfrac{V_{G\,\text{máx}} - V_L}{R_s}\, V_{G\,\text{máx}}} \;=\; \frac{i_L\, V_L\left(V_{G\,\text{mín}} - V_L\right)}{\left(I_{L\,\text{máx}} - I_{Z\,\text{mín}}\right)\left(V_{G\,\text{máx}} - V_L\right)V_{G\,\text{máx}}}$$

Podemos expresar $V_{G\text{mín}}$ a partir de (10). Resulta

$$\eta \;=\; \frac{i_L\, V_L}{(1+\alpha)\left(I_{L\,\text{máx}} - I_{Z\,\text{mín}}\right)}\,\frac{V_{G\,\text{máx}} \;-\; V_L(1+\alpha)}{\left(V_{G\,\text{máx}} \;-\; V_L\right)V_{G\,\text{máx}}} \tag{12}$$

Para obtener el máximo derivamos con respecto a $V_{G\text{máx}}$ e igualamos a 0, llegando a la siguiente ecuación

$$V_{G\text{máx}}^{\;2} \;-\; 2(1+\alpha)V_L\, V_{G\text{máx}} \;+\; (1+\alpha)\, V_L^2 \;=\; 0,$$

cuya solución luego de aplicar la resolvente de la ecuación de segundo grado es

$$V_{G\,\text{máx}} \;=\; (1+\alpha)\left(1 \;+\; \sqrt{\frac{\alpha}{1+\alpha}}\right)V_L. \tag{13}$$

Resulta, también,

$$V_{G\,\text{mín}} \;=\; \left(1 \;+\; \sqrt{\frac{\alpha}{1+\alpha}}\right)V_L. \tag{14}$$

Se toma sólo la solución con el signo (+) pues debe ser $V_{G\text{mín}} > V_L$.

En el caso en que $i_L = I_{L\text{máx}}$ y $I_{Z\text{mín}} \ll I_{L\text{máx}}$ se obtiene el mayor rendimiento posible, que resulta dependiente sólo de α. Resulta

$$\eta_{\text{máx}} \;=\; \frac{\sqrt{\dfrac{\alpha}{1+\alpha}}}{(1+\alpha)\left((1+\alpha)\left(1 \;+\; \sqrt{\dfrac{\alpha}{1+\alpha}}\right) \;-\; 1\right)\left(1 \;+\; \sqrt{\dfrac{\alpha}{1+\alpha}}\right)} \qquad (15)$$

En la figura 2 se presenta la gráfica del rendimiento máximo en función del valor de la tolerancia α en la tensión de alimentación v_G.

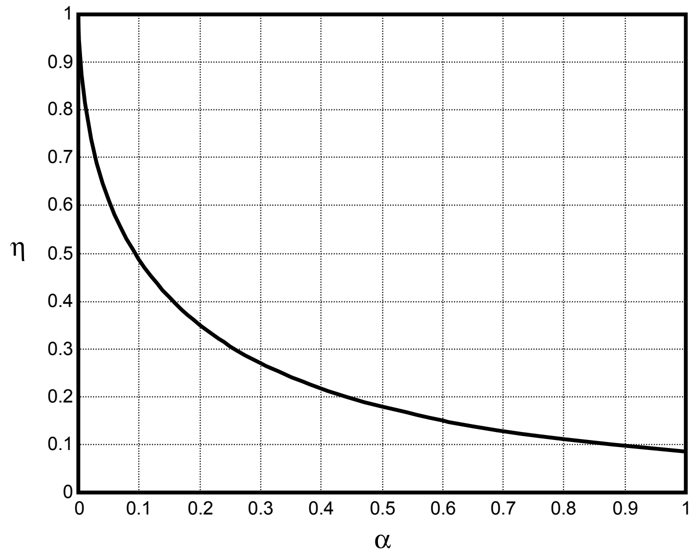

Figura 2. Rendimiento máximo alcanzable en función de la tolerancia en la tensión de alimentación.

Repitamos el ejemplo anterior con este criterio de optimización. En este caso $\alpha = 0{,}2$, de donde

$$V_{G\,\text{mín}} \;=\; \left(1 \;+\; \sqrt{\frac{0{,}2}{1{,}2}}\right)10 \;=\; 14{,}08\ \text{V}\,.$$

$$V_{G\,\text{máx}} \;=\; 1{,}2\ V_{G\,\text{mín}} \;=\; 16{,}9\ \text{V}.$$

La resistencia R_s vale

$$R_s \;=\; \frac{V_{G\,\text{mín}} \;-\; V_L}{I_{L\,\text{máx}} \;+\; I_{Z\,\text{mín}}} \;=\; \frac{14{,}08 \;-\; 10}{0{,}101} \;=\; 40{,}4\ \Omega\,.$$

El rendimiento es

$$\eta \;=\; \frac{0{,}1\times 10}{\dfrac{16{,}9 \;-\; 10}{40{,}4}16{,}9} \;=\; 34{,}6\ \%\,.$$

El rendimiento logrado, pese a ser el óptimo, es bastante bajo. Ésta es una característica de este tipo de reguladores. En la figura 3 se muestra la variación de η en función de $V_{G\text{mín}}$. Se observa que el valor óptimo no es demasiado crítico, ya que una variación del orden de ± 1V produce una reducción pequeña del rendimiento.

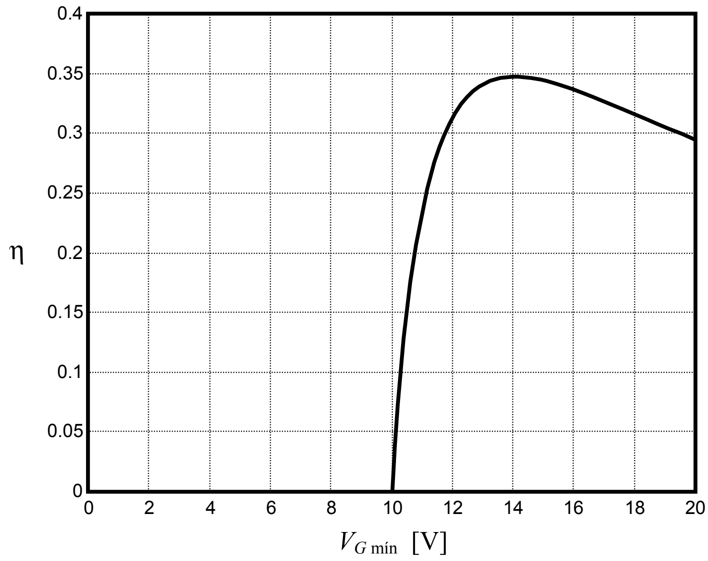

Figura 3. Rendimiento en función de la tensión de alimentación mínima para el ejemplo del texto.

La corriente entregada por el generador en el peor caso, es decir, cuando v_G es máxima, vale

$$i_{s\,\text{máx}} = \frac{V_{G\,\text{máx}} - V_L}{R_s} = \frac{16{,}9 - 10}{40{,}4} = 171\,\text{mA}\,.$$

Cuando i_L es máxima circulan por el zener 71 mA. Parte del bajo rendimiento es atribuible a la potencia extra perdida en el zener; el resto se debe a la potencia disipada en R_s.

El método de diseño anterior no tuvo en cuenta el posible límite de corriente del zener. Por ejemplo, un zener de 10 V y 500 mW tiene una corriente máxima de 50 mA, por lo cual no sería compatible con el diseño óptimo. En este caso será preciso aumentar la tensión de alimentación v_G de manera que su tolerancia tenga menor efecto en i_s. Si v_G es muy cercano a v_L, aun una tolerancia baja implica una gran corriente en el peor caso. Si, en cambio, $v_G >> v_L$, la tolerancia de v_G prácticamente se traslada a i_s. Convendrá tomar v_G lo menor posible compatible con la seguridad del zener.

Así, si fijamos un límite $I_{Z\text{máx}}$ para el zener, la corriente debe variar a lo sumo entre $I_{L\text{máx}} + I_{Z\text{máx}}$ y $I_{L\text{máx}} + I_{Z\text{mín}}$. Entonces

$$\frac{i_{s\,\text{máx}}}{i_{s\,\text{mín}}} = \frac{V_{G\,\text{máx}} - V_L}{V_{G\,\text{mín}} - V_L} = \frac{V_{G\,\text{mín}}(1+\alpha) - V_L}{V_{G\,\text{mín}} - V_L}, \qquad (16)$$

de donde

$$V_{G\,\text{mín}} = V_L \frac{i_{s\,\text{máx}} - i_{s\,\text{mín}}}{i_{s\,\text{máx}} - (1+\alpha) i_{s\,\text{mín}}}. \qquad (17)$$

En nuestro ejemplo, si tomamos $I_{z\text{máx}} = 50$ mA,

$$V_{G\,\text{mín}} = 10 \frac{150 - 101}{150 - 1{,}2 \times 101} = 17{,}0\ \text{V}$$

y

$$V_{G\text{máx}} = V_{G\text{mín}}(1+\alpha) = 17 \times 1{,}2 = 20{,}4\ \text{V}.$$

El rendimiento se reduce, como se aprecia en la figura 3, de un 35 % a un 33 %. En muchos casos esta pérdida de rendimiento se considera poco significativa, aunque debería evaluarse el costo total del exceso de energía durante la vida útil del regulador y compararlo con el costo extra de sobredimensionar la potencia del zener.

Debe notarse que en todo momento supusimos que la corriente por la carga era la máxima. Si la corriente se reduce, el rendimiento baja aún más y, además, aumenta la máxima corriente por el zener, por lo que este tipo de regulador sólo es conveniente cuando la corriente de carga experimenta variaciones muy pequeñas.

2. Regulador con un prerregulador de corriente

El bajo rendimiento se debe a dos factores: que la carga recibe sólo parte de la tensión del generador y que recibe sólo parte de la corriente. No es posible en la práctica evitar el aumento de la tensión del generador, pero sí es posible evitar que éste se traduzca en un ulterior incremento de la corriente i_s, para lo cual se puede reemplazar la resistencia R_s por una fuente de corriente. En la figura 4 se muestra un ejemplo.

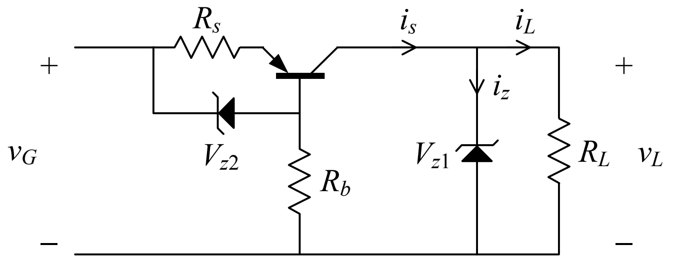

Figura 4. Fuente regulada paralelo con un zener que incluye un prerregulador de corriente para evitar la variación de i_s. con v_G.

La corriente i_s está dada por[3]

$$i_s = \frac{V_{z2} - V_{EB}}{R_s}, \qquad (18)$$

[3] Estrictamente, habría que multiplicar el segundo miembro por $h_{FE} / (1 + h_{FE})$, pero podemos aproximarlo a 1 dado que $h_{FE} >> 1$.

por lo cual, teniendo en cuenta la ecuación (4)

$$R_s = \frac{V_{z2} - V_{EB}}{I_{L\,\text{máx}} + I_{z1\,\text{mín}}}. \tag{19}$$

La corriente i_s se mantiene ahora mucho más constante. Sólo varía levemente a causa de que la caída de tensión en R_b depende de v_G, por lo cual el exceso de corriente circulará por Z_2, provocando una variación de su tensión debido a su resistencia dinámica r_z.

En este circuito, dado que i_s ya no depende sino débilmente de v_G, cuanto menor sea $V_{G\text{mín}}$ mayor será el rendimiento. La única limitación será la mínima caída de tensión de la fuente de corriente necesaria para que ésta funcione apropiadamente, que es aproximadamente igual a la tensión del zener V_{z2}. Resulta, entonces,

$$V_{G\text{mín}} = V_{z1} + V_{z2} = V_L + V_{z2} \tag{20}$$

$$V_{G\text{máx}} = (1 + \alpha)(V_L + V_{z2}). \tag{21}$$

El rendimiento máximo de peor caso resulta, para $I_{L\text{máx}}$,

$$\eta_{\text{máx}} = \frac{I_{L\,\text{máx}} V_L}{(I_{L\,\text{máx}} + I_{z1\,\text{mín}})(1 + \alpha)(V_L + V_{z2})}, \tag{22}$$

que puede aproximarse por

$$\eta_{\text{máx}} \cong \frac{V_L}{(1 + \alpha)(V_L + V_{z2})}, \tag{23}$$

En el caso del ejemplo anterior, si adoptamos un zener de 3,3 V para la fuente de corriente resulta

$$\eta_{\text{máx}} \cong \frac{10}{(1 + 0{,}2)(10 + 3{,}3)} = 62{,}6\,\%.$$