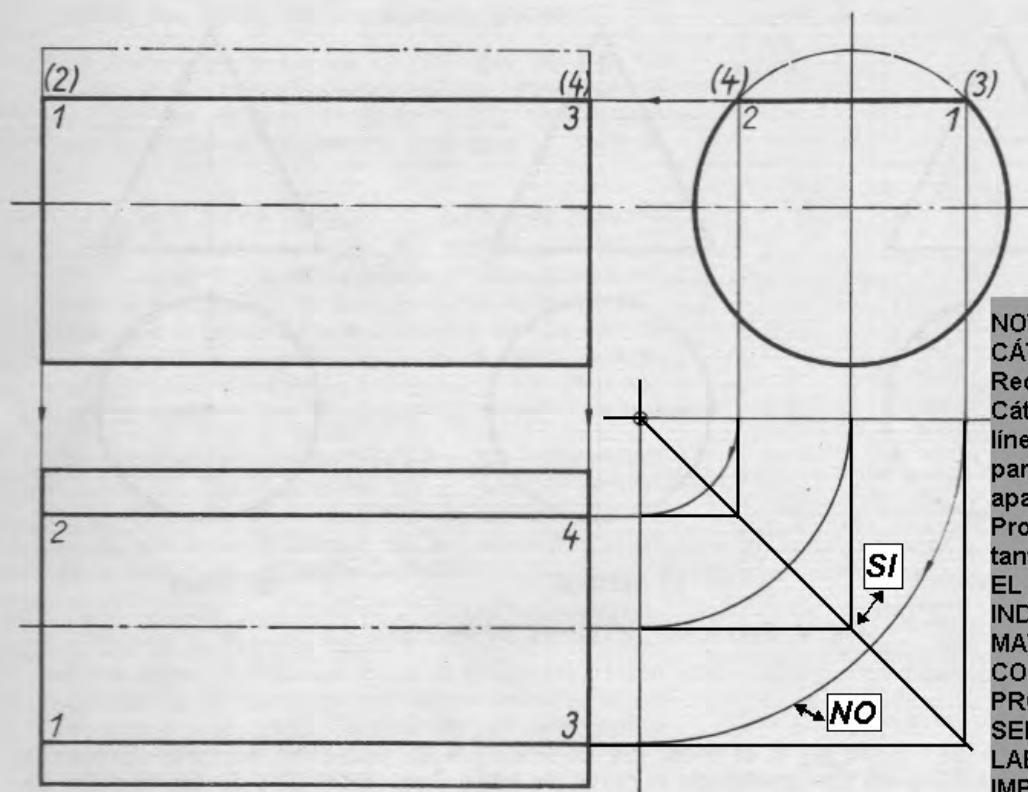


1. Ejercicio fundamental

Cilindro cortado paralelamente al eje de giro

Fig. 1. Cilindro cortado paralelamente al eje de giro, representado en el espacio.



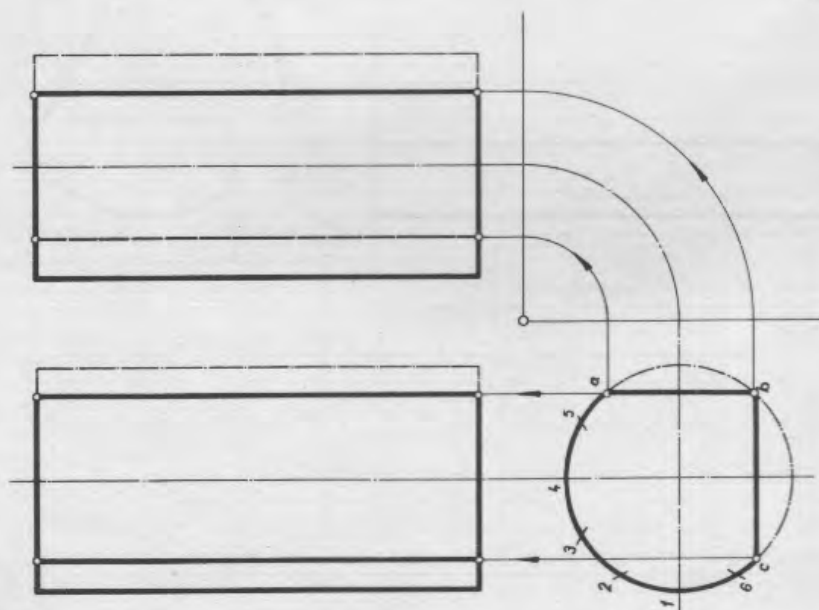
NOTA DE LA CÁTEDRA:
 Recordamos que en la Cátedra se trabaja con línea auxiliar a 45° para transferir los apartamientos a la Proyección III. Por lo tanto, NO UTILIZAR EL MÉTODO INDICADO EN ESTE MATERIAL PARA CONSTRUIR LA PROYECCIÓN III, POR SER MÁS LABORIOSO E IMPRECISO

Fig. 2. El cuerpo de arriba, en proyección paralela ortogonal.

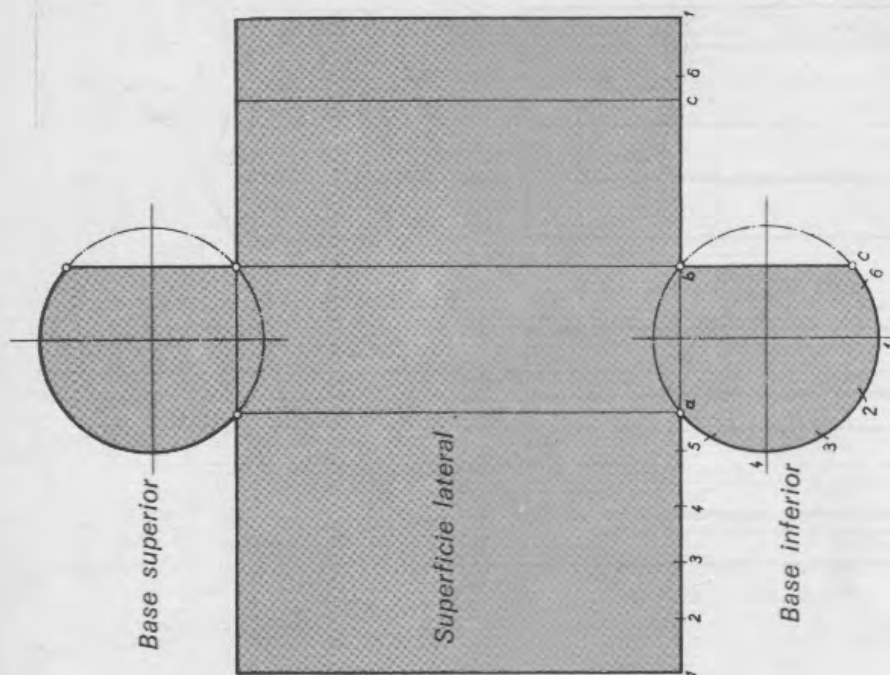
Si se corta un cilindro (o un prisma) paralelamente al eje de giro, la superficie de corte es un rectángulo. En el ejemplo arriba citado, el plano de corte es perpendicular a los planos de proyección 2.º y 3.º.

La superficie de corte aparece como un rectángulo en el plano de planta y como una línea en los planos del alzado y perfil.

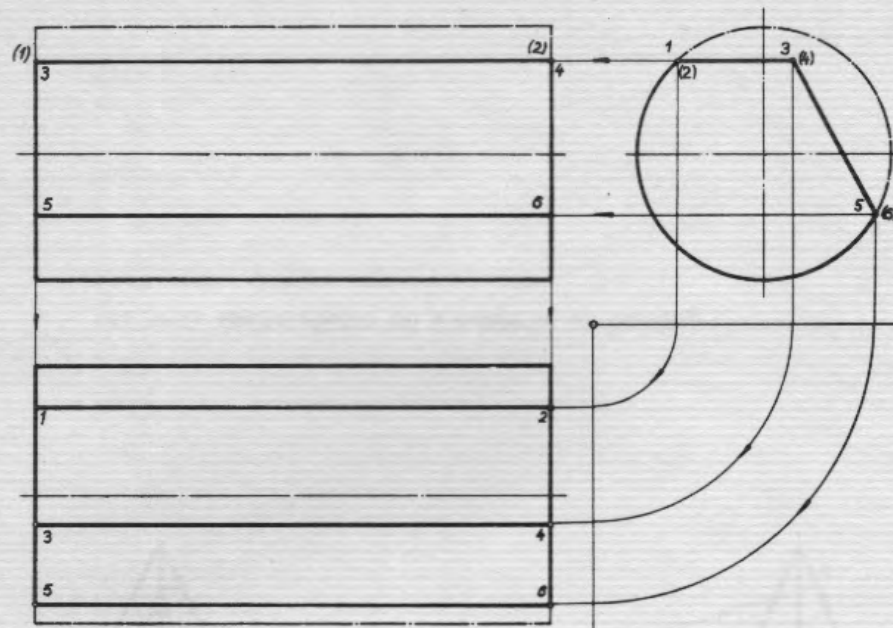
Cilindro con dos cortes paralelos al eje de giro, y su desarrollo



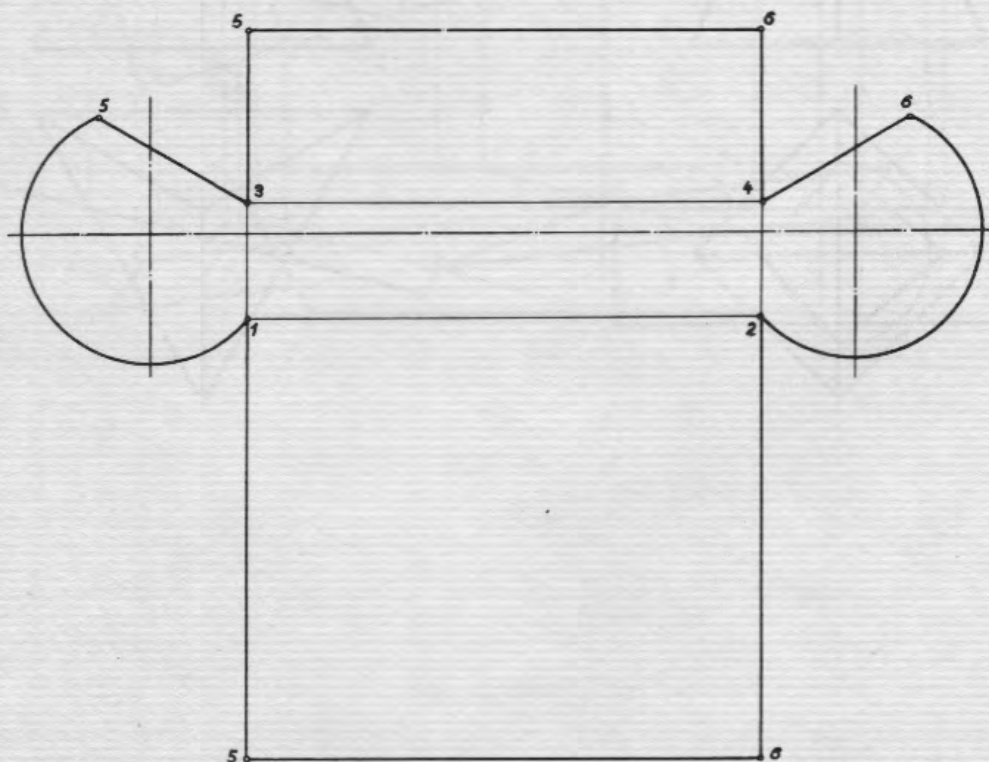
El desarrollo de un cuerpo resulta de extender su superficie sobre un plano. En el desarrollo aparecen todas las dimensiones con su valor real. Las medidas del desarrollo se toman de las proyecciones del cuerpo, precisamente de aquella vista en la que aparecen en su verdadera magnitud.



El desarrollo del cuerpo consta de la superficie lateral y de las dos bases, la inferior y la superior. Imaginar el cuerpo cortado en el centro en la vista de perfil y la superficie lateral extendida hacia la derecha y hacia la izquierda. La longitud de la superficie lateral es igual al perímetro de la base, y su altura igual a la altura del cuerpo. El perímetro de la base aparece en su verdadera magnitud en la proyección en planta y la altura del cuerpo en las proyecciones de alzado y de perfil. La longitud de la superficie lateral se compone de los arcos 1-2, 2-3 ... 5-6, de las cuerdas $a-b$ y $b-c$ y además de los arcos $c-6$ y $6-1$. Para hacer las divisiones en el círculo de planta, se señalan los puntos con una abertura de compás igual al radio, a ambos lados de los puntos situados sobre los ejes (ver la construcción del hexágono, página 21). Las bases aparecen en el plano de planta en su verdadera magnitud.



Cilindro con dos cortes paralelos al eje de revolución
y desarrollos



3. Ejercicio fundamental

Cilindro cortado oblicuamente al eje de giro

Si un cilindro se corta por un plano inclinado con relación al eje de giro, el contorno de la superficie de corte, la curva de corte, es una elipse.

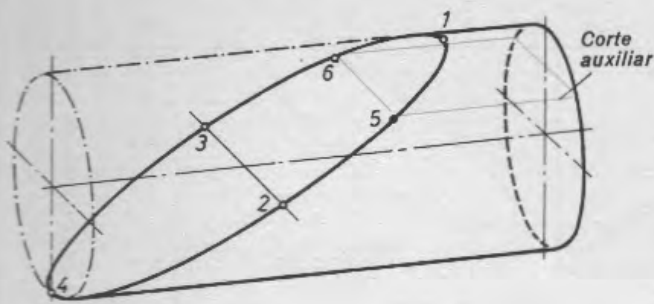


Fig. 1. Representación en el espacio del cilindro cortado oblicuamente al eje de revolución, incluyendo el dibujo de la sección auxiliar.

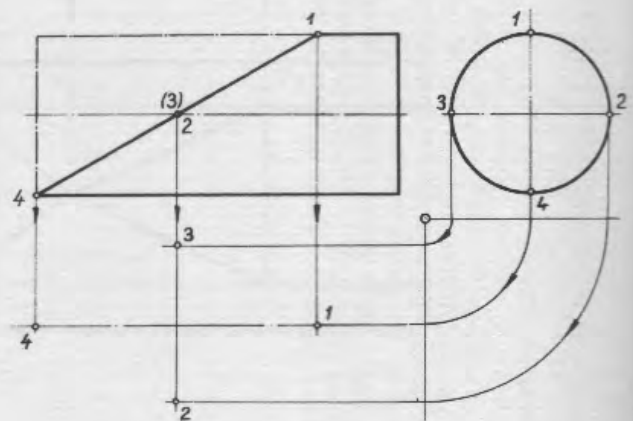


Fig. 2. Proyección de los puntos 1 y 4 de los puntos 2 y 3 desde la vista de alzado y lateral sobre la vista en planta. Los puntos 1 y 4 están situados sobre el eje en la vista en planta, el punto 2 sobre la generatriz inferior del cilindro y el punto 3 sobre la superior.

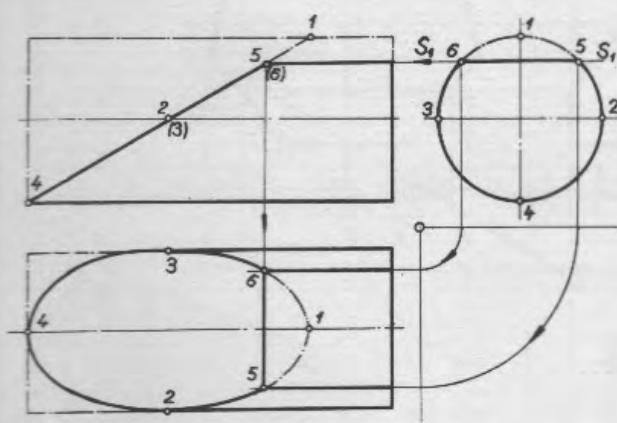


Fig. 3. Sección horizontal a través de las vistas de alzado y lateral. Los vértices de la izquierda de la sección, en la vista de alzado, dan los puntos 5 y 6 de la curva en la vista en planta.

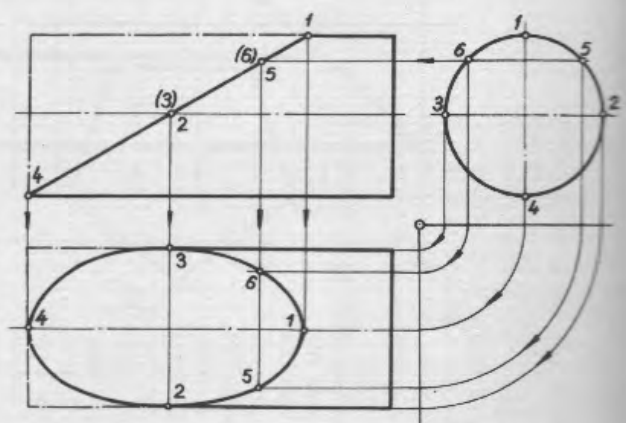
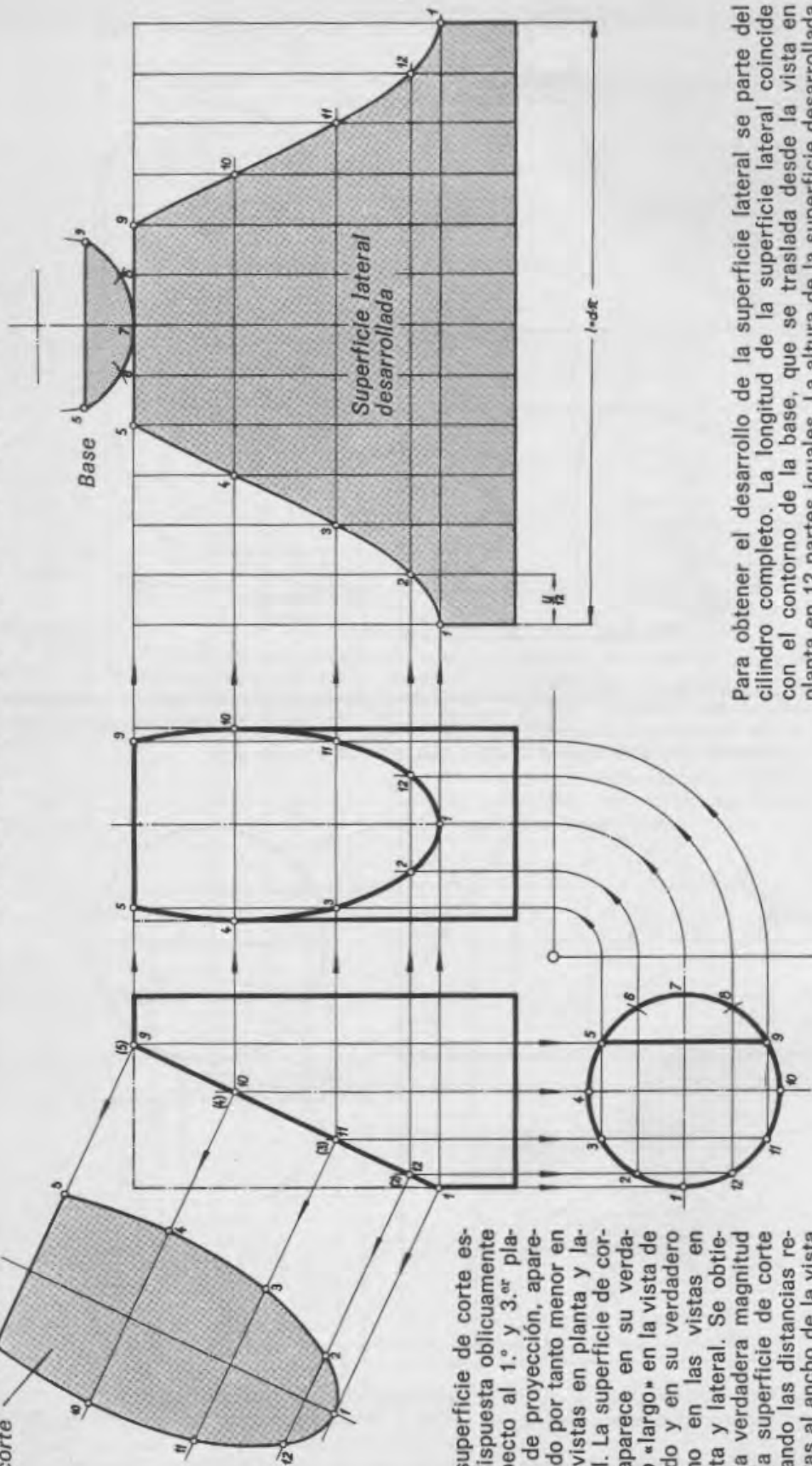


Fig. 4. La unión de los puntos de la curva en la vista en planta, mediante la regla flexible para el trazado de curvas, da la curva intersección; es una elipse.

Cilindro cortado oblicuamente al eje de giro con verdadera magnitud de la superficie de corte y desarrollo de la superficie lateral y de las bases

Verdadera dimensión de la sección de corte

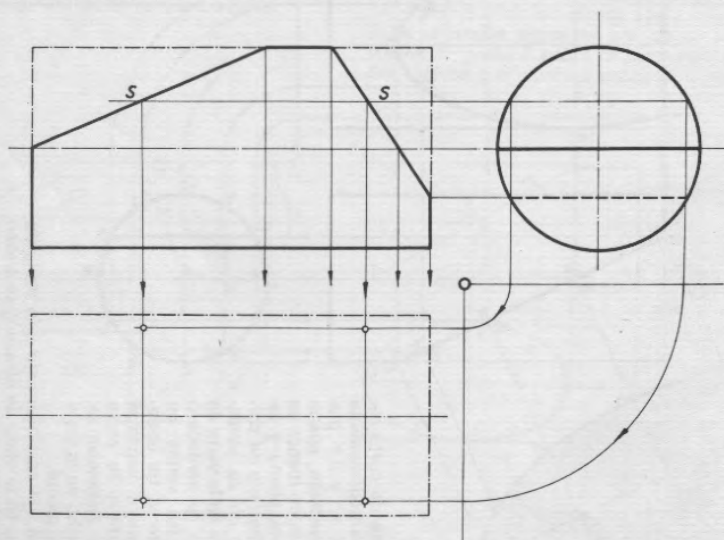


La superficie de corte está dispuesta oblicuamente respecto al 1.º y 3.º planos de proyección, apareciendo por tanto menor en las vistas en planta y lateral. La superficie de corte aparece en su verdadero «largo» en la vista de alzado y en su verdadero ancho en las vistas en planta y lateral. Se obtiene la verdadera magnitud de la superficie de corte tomando las distancias relativas al ancho de la vista lateral o en planta:

Se dibuja un eje paralelamente a la recta de intersección, en la vista de alzado y se trazan las perpendiculares en los vértices, que están sobre la recta de intersección; se llevan sobre estas perpendiculares los anchos correspondientes 2-12, 3-11, 4-10 y 5-9. El punto 1 se encuentra sobre el eje. Finalmente se unen los puntos entre sí.

Para obtener el desarrollo de la superficie lateral se parte del cilindro completo. La longitud de la superficie lateral coincide con el contorno de la base, que se traslada desde la vista en planta en 12 partes iguales. La altura de la superficie desarrollada es igual a la altura del cilindro, y se toma de la vista lateral. Imaginar el cuerpo cortado por la mitad de la vista lateral y la superficie lateral desarrollada hacia derecha e izquierda. Se obtiene la superficie lateral del cilindro trazando las perpendiculares en los puntos de división del contorno de la base y proyectando los puntos de la sección de corte desde la vista lateral; y uniendo los puntos de intersección entre sí mediante una regla flexible de trazar curvas. La base superior aparece en su verdadera magnitud en la vista en planta.

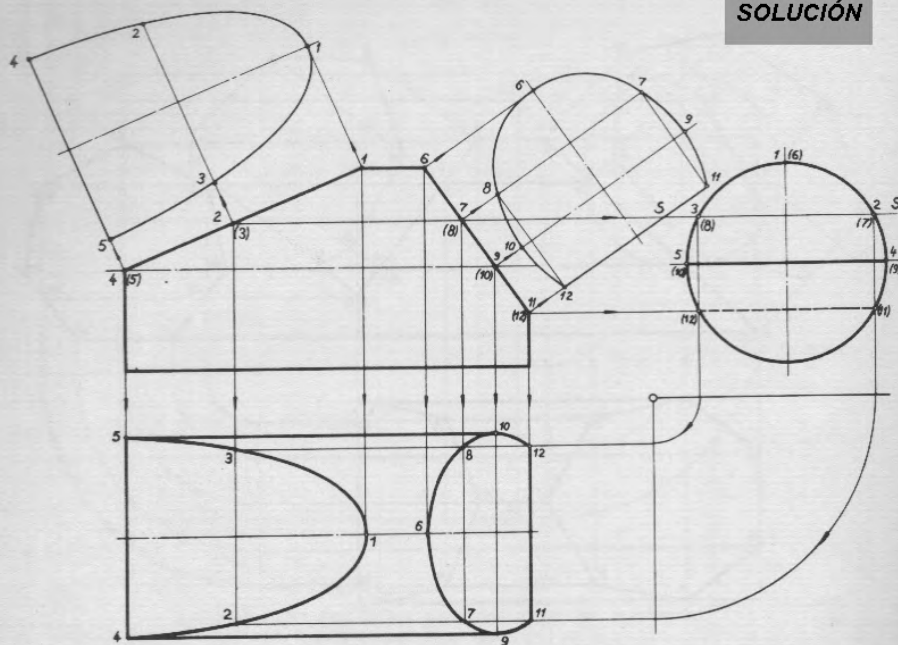
Cilindro con dos cortes rectos oblicuos al eje de giro



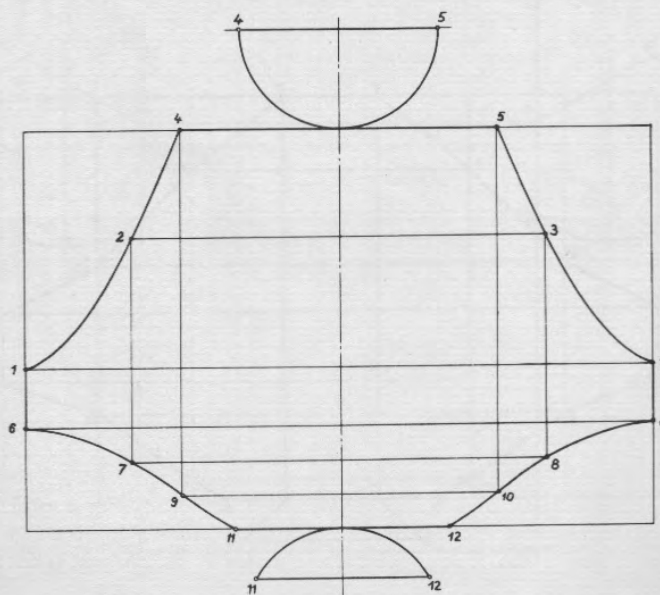
Ejercicio

Repita el dibujo de muestra y añada la vista en planta. Dibuja las superficies de corte en su verdadera magnitud y el desarrollo del cuerpo.

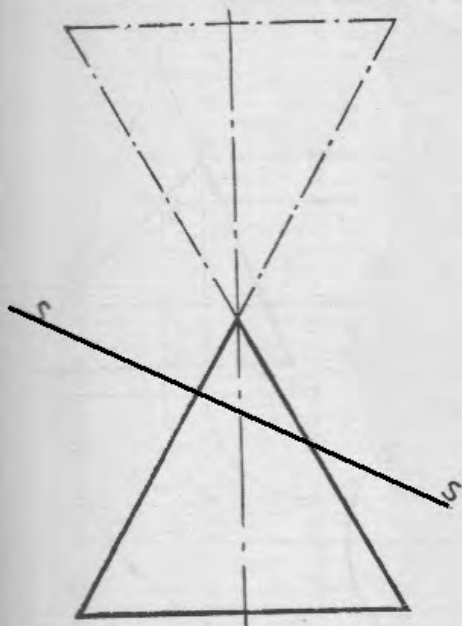
SOLUCIÓN



Cilindro con dos cortes oblicuos al eje de revolución y desarrollos (pág. 32)

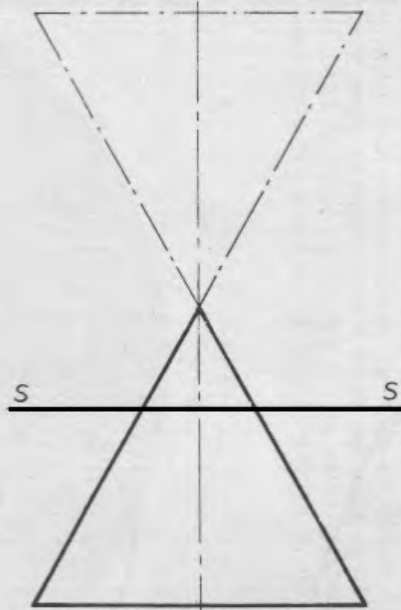


Secciones cónicas



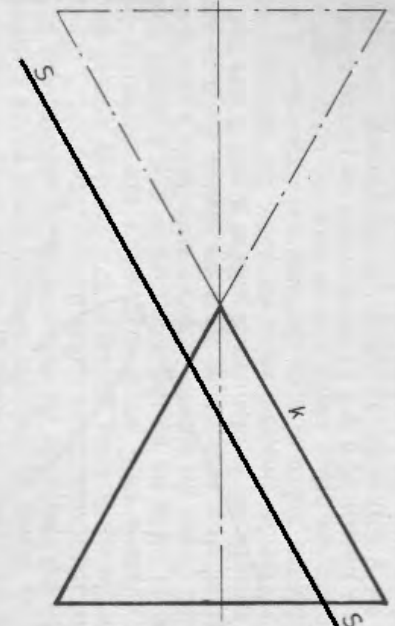
1. Sección elíptica

Si se cortan todas las generatrices del cono o sus prolongaciones (S-S) la curva intersección es una elipse. El plano intersección no está en contacto con el cono superior de prolongación.



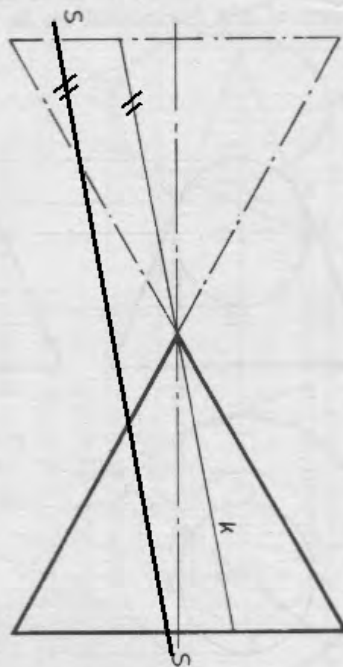
2. Sección circular

Si el corte (S-S) es perpendicular al eje de revolución, la curva de corte originada es una circunferencia. La sección circular es un caso especial de la sección elíptica.



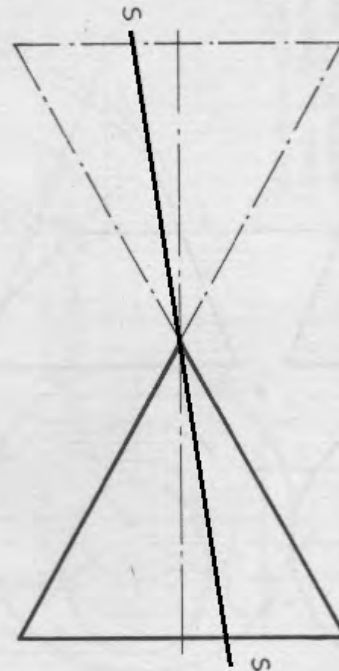
3. Sección parabólica

Si el plano de corte (S-S) es paralelo a una generatriz (k), la curva intersección es una parábola. El plano intersección no está en contacto con el cono superior de prolongación.



4. Sección hiperbólica

Si el plano de corte (S-S) es paralelo a dos generatrices (k delante y detrás) la curva originada es una hipérbola. El plano intersección corta también al cono superior de prolongación.



5. Sección triangular

Si la sección (S-S) pasa por el vértice del cono, la curva de corte es un triángulo. La sección triangular es un caso especial de la hipérbola.

5. Ejercicio fundamental

Cono cortado oblicuamente al eje de revolución (sección elíptica)

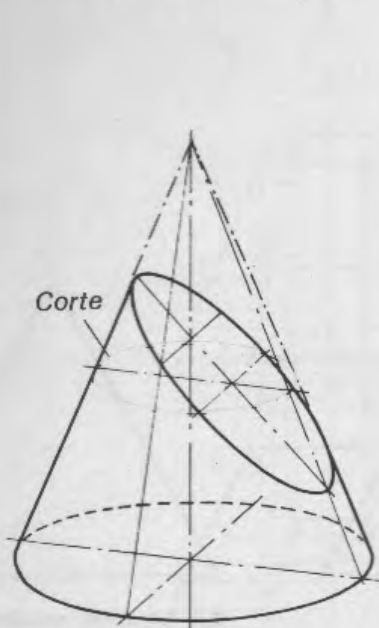


Fig. 1. Representación en el espacio de un cono cortado oblicuamente al eje de giro, incluyendo la sección de corte.

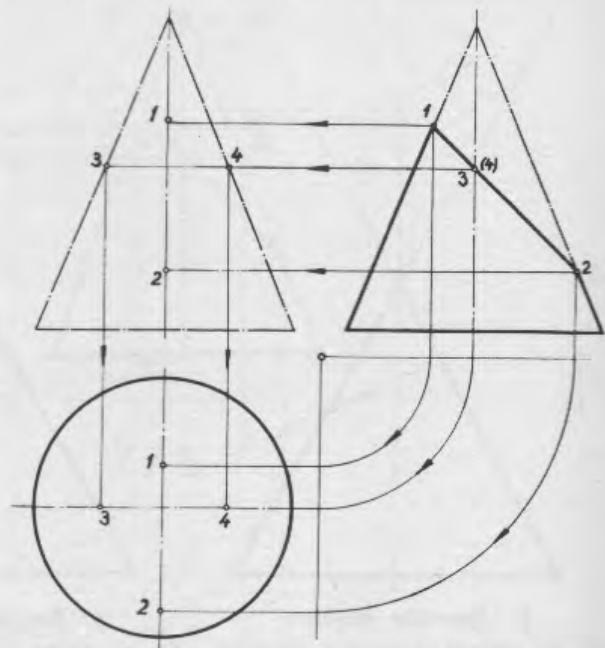


Fig. 2. Proyección de los puntos 1-2 y 3-4 desde la vista lateral sobre las vistas en planta y alzado. Los puntos 1 y 2 se encuentran sobre el eje vertical en las vistas en planta y alzado; los puntos 3 y 4 están situados sobre las generatrices del cono en la vista de alzado y sobre el eje horizontal en la vista en planta.

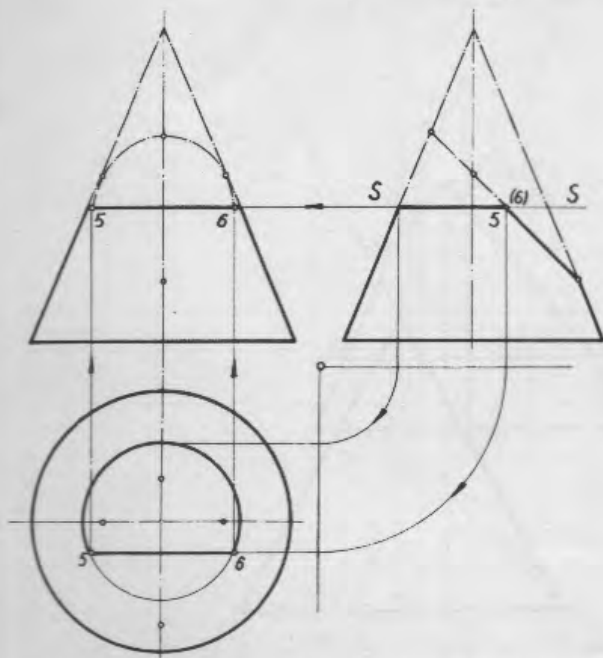


Fig. 3. Corte horizontal en las vistas lateral y de alzado, para determinar los puntos 5 y 6. Los puntos se determinan primero en la vista en planta y se proyectan desde esta vista sobre la lateral. El corte en la vista lateral pasa por el punto medio de la línea de corte. Este corte da los puntos de la elipse más alejados.

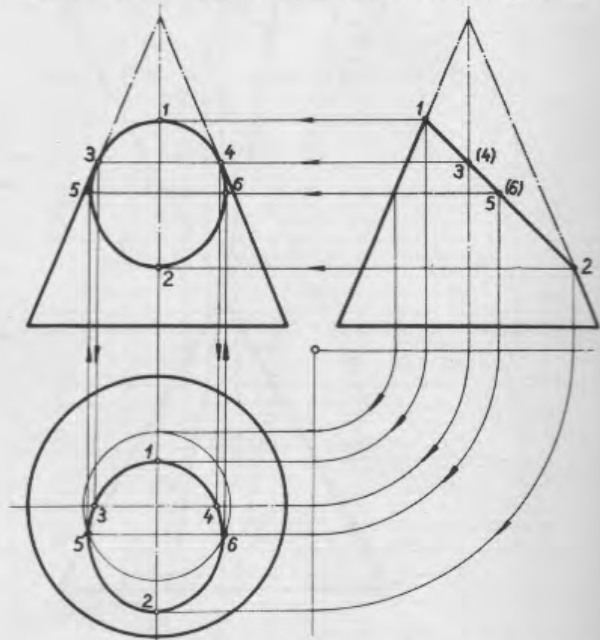
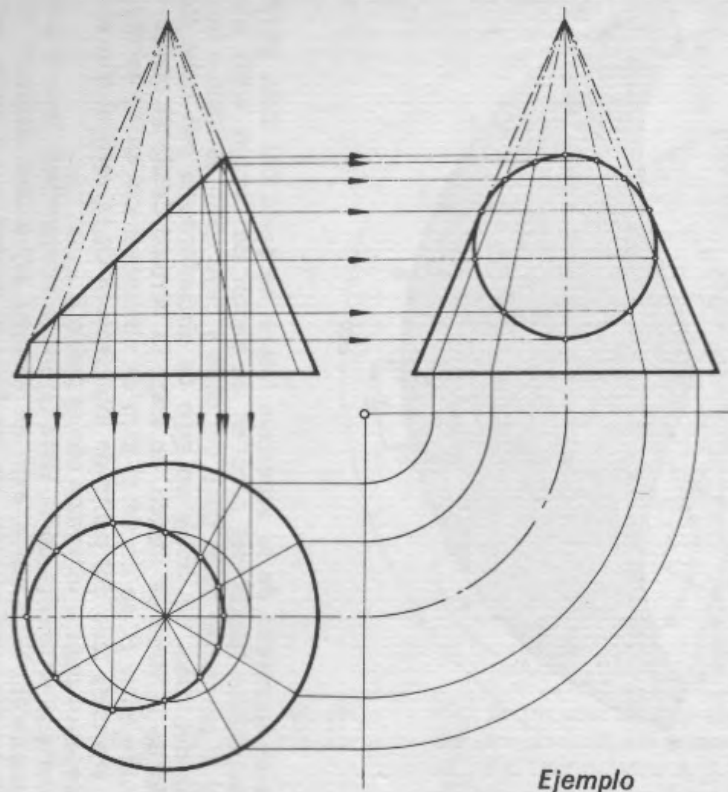
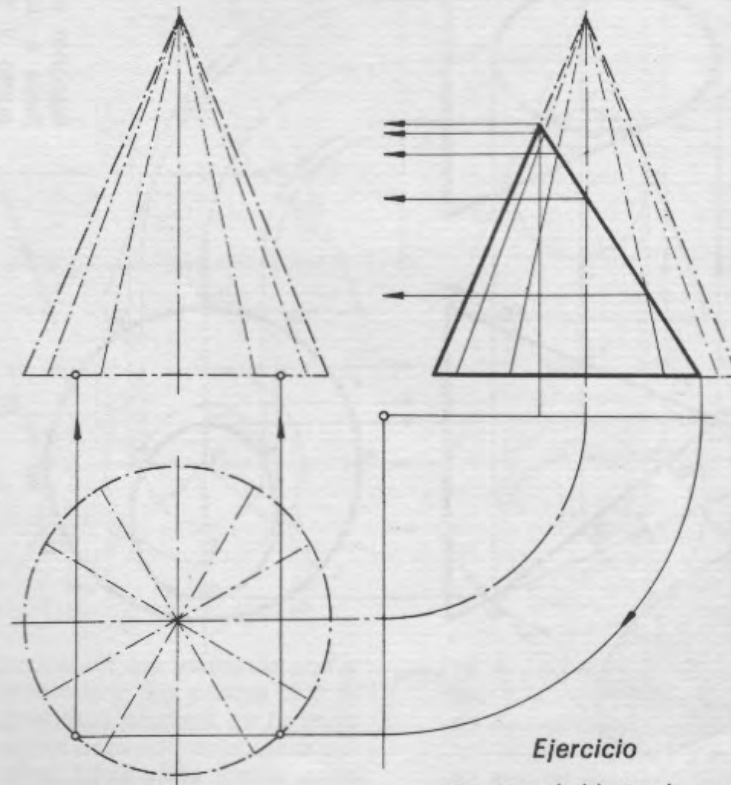


Fig. 4. La unión de los puntos de la curva mediante la regla flexible para el trazado de curvas da como curva intersección una elipse en las vistas en planta y alzado. Las curvas intersección de los restantes cortes del cono se obtienen de igual forma.

Cono cortado oblicuamente al eje de revolución (sección elíptica)
Secciones auxiliares radiales



Cono cortado oblicuamente al eje de revolución (sección elíptica)
Secciones auxiliares radiales

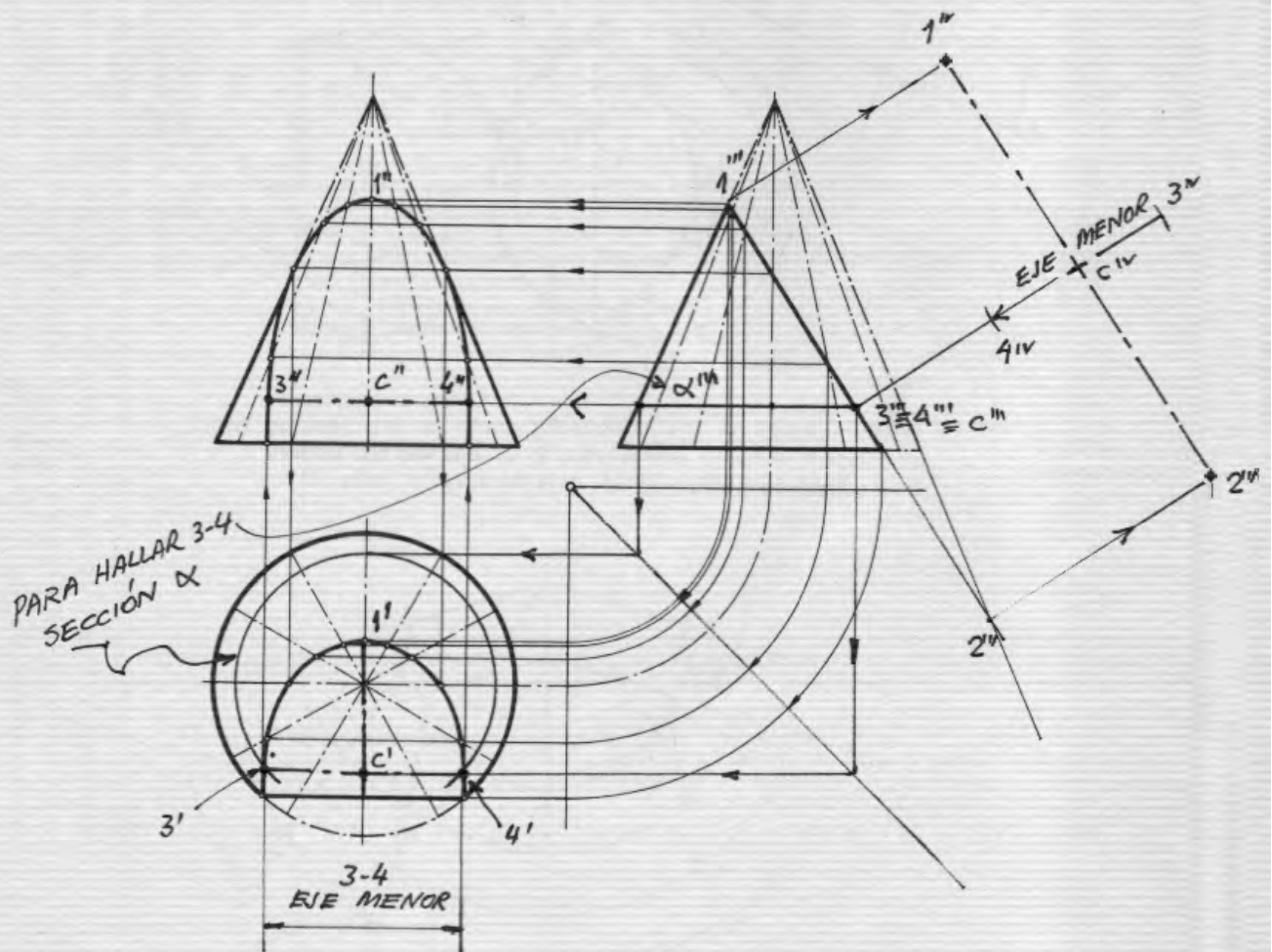


Repita el dibujo de muestra y completa las vistas de alzado y planta.

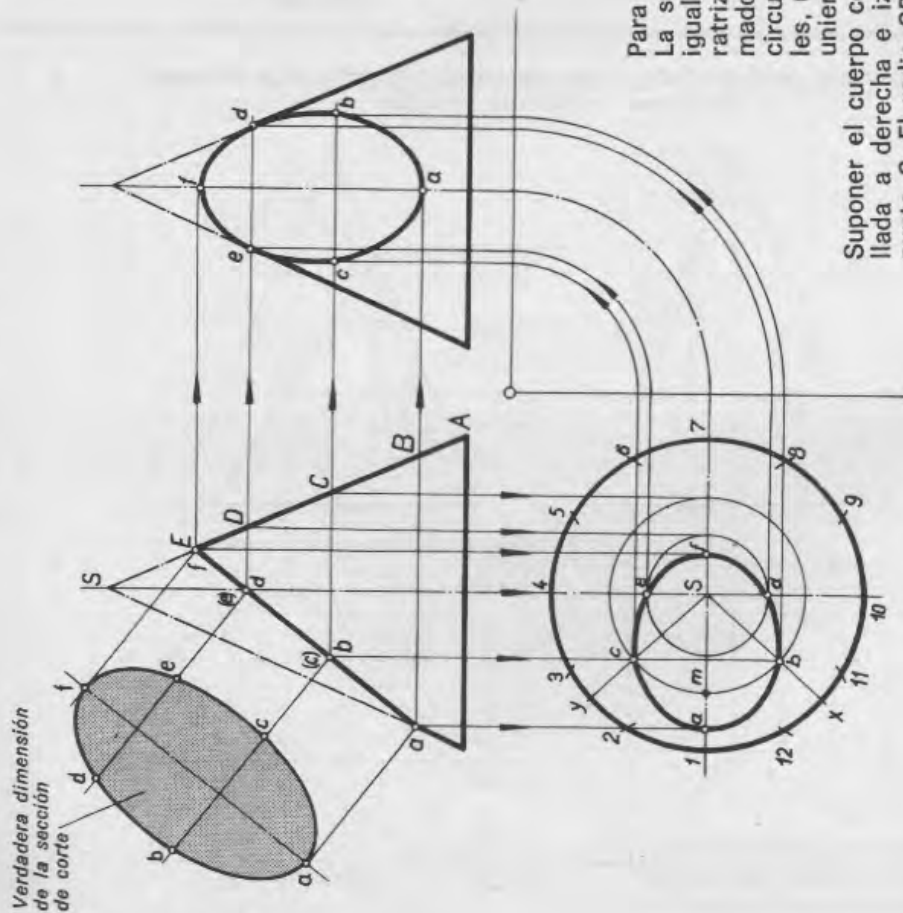
Cono cortado oblicuamente al eje de revolución
(sección elíptica)

solución al ejercicio de
página anterior

NOTA DE LA CÁTEDRA:
SE AGREGÓ PROCEDIMIENTO PARA
DETERMINAR EL EJE MENOR Y MAYOR DE LA
ELIPSE. IGUAL, LA SECCIÓN EN ESTE CASO
ES UN ARCO DE ELIPSE.



**Cono cortado oblicuamente al eje de revolución (sección elíptica)
 con sección de corte en verdadera magnitud y desarrollo de la superficie lateral**

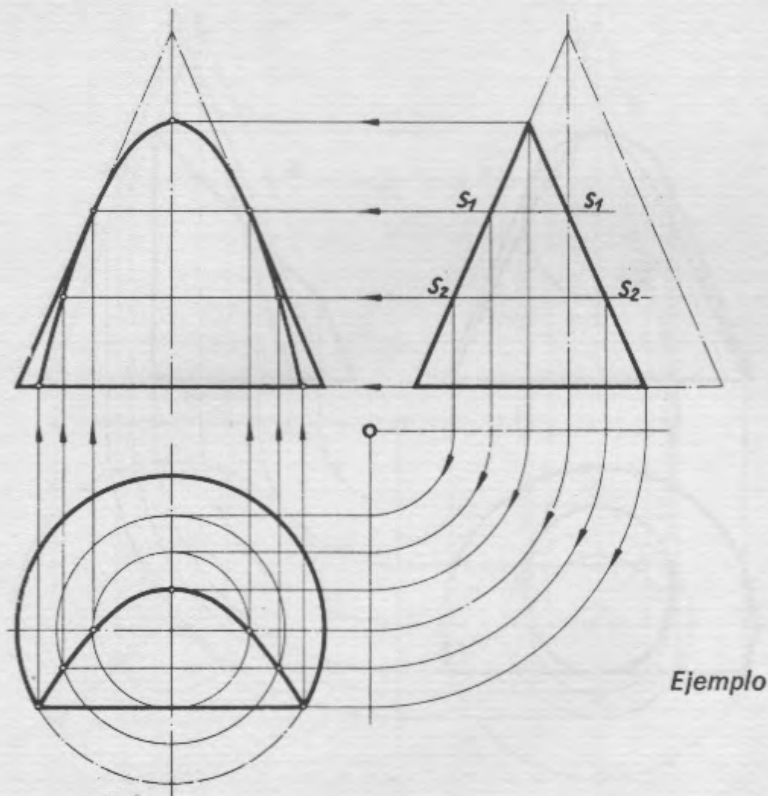


Para obtener la verdadera magnitud de la sección de corte ver páginas 28 y 31.

Para el desarrollo de la superficie lateral se parte del cono completo. La superficie lateral del cono es un sector de círculo, cuyo arco es igual al perímetro de la base del cono y cuyo radio es igual a la generatriz del cono. Se dibuja un arco de circunferencia con radio SA , tomado de la vista de alzado, se traza la vertical desde el centro de la circunferencia S , se divide el arco de circunferencia en 12 partes iguales, 6 a cada lado del punto de intersección de la vertical con el arco, uniendo los puntos extremos con el punto S .

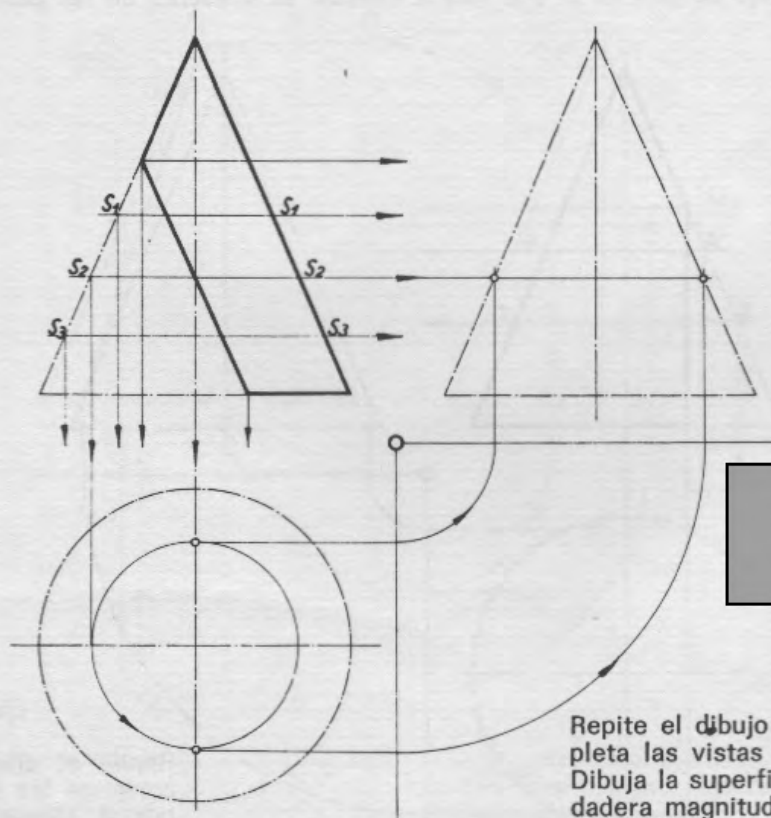
Suponer el cuerpo cortado en medio de la vista lateral y la superficie lateral desarrollada a derecha e izquierda. El punto a está en el rayo $a1$, a una distancia SB del punto S . El radio SB se toma de la vista en alzado. Los puntos c y b están sobre el arco de circunferencia de radio SC (vista de alzado) y sobre este arco a una distancia de los lados del desarrollo igual al arco $m-c$, de la vista en planta. Es más sencillo el determinar los puntos c y b , uniendo en la vista en planta el punto S con los c y b y prolongando las rectas hasta cortar la circunferencia de base. Se obtienen así los puntos x e y ; determinar estos puntos sobre el arco de base del desarrollo, y unirlos con el punto S . Los puntos de corte de estos rayos con el arco de circunferencia de radio SB son los puntos d , e y f se determinan de forma similar con los radios SD y SE y los rayos $S4$ y $S7$. La unión de los puntos con ayuda de la regla flexible para el trazado de curvas da la superficie lateral del cono cortado.

Cono cortado oblicuamente al eje de giro (sección parabólica)



Ejemplo

Cono cortado oblicuamente al eje de giro (sección parabólica)

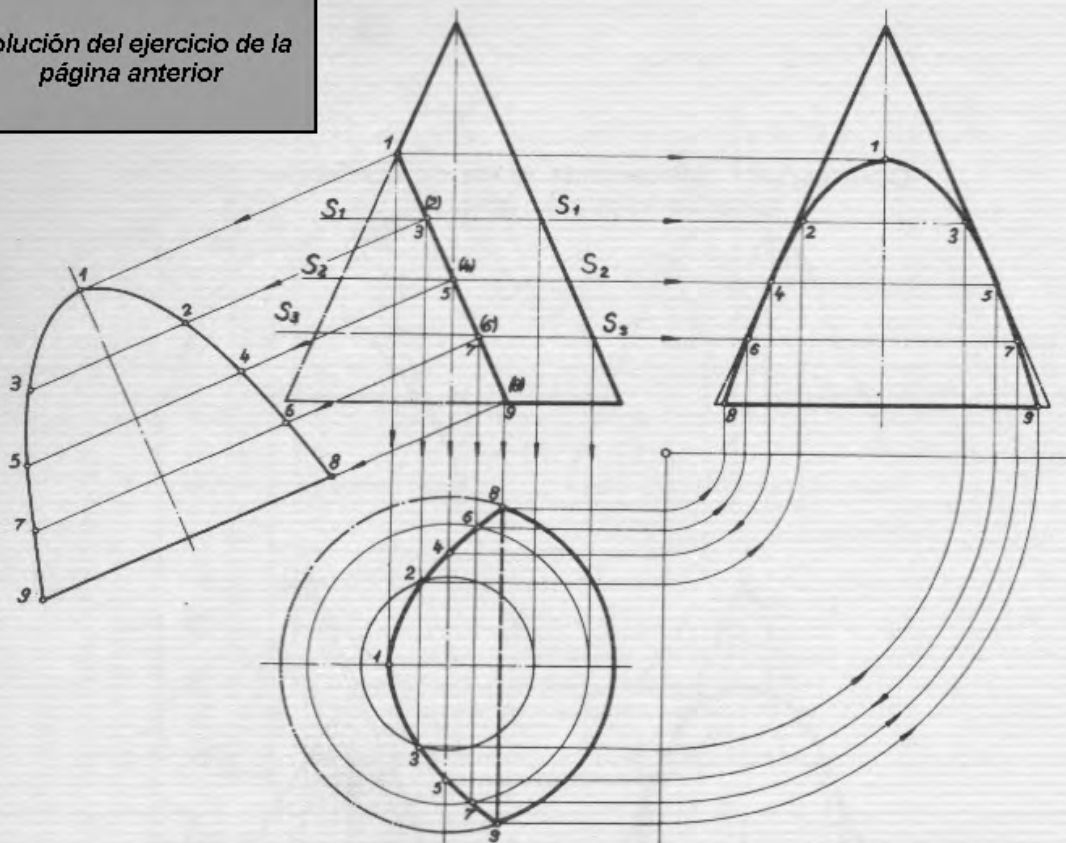


ver solución a continuación

Ejercicio

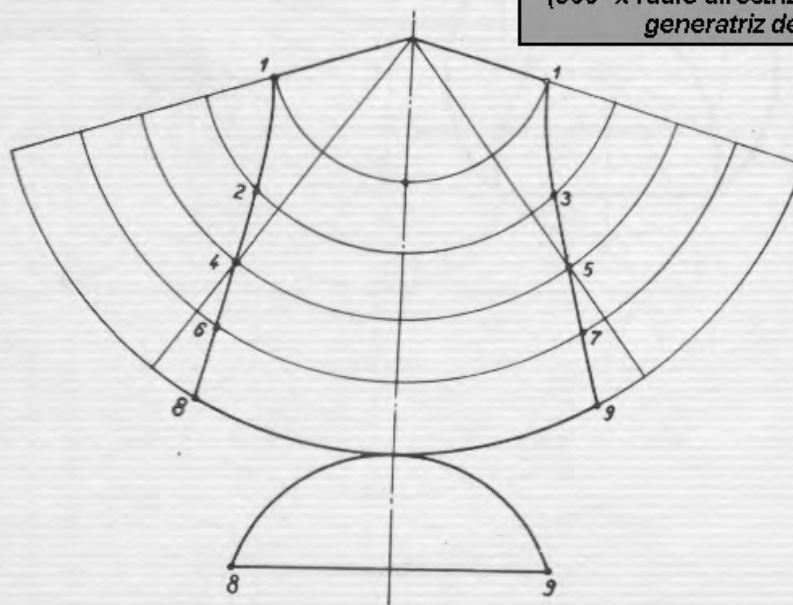
Repita el dibujo de muestra y completa las vistas en planta y lateral. Dibuja la superficie de corte en verdadera magnitud y el desarrollo del cuerpo.

Solución del ejercicio de la
 página anterior

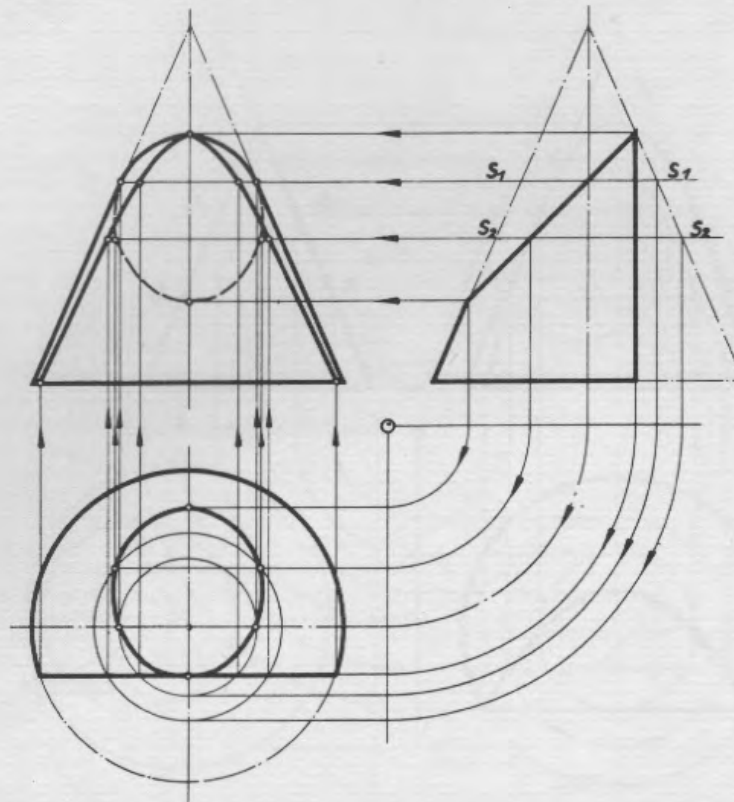


Cono cortado oblicuamente al eje de revolución
 (sección parabólica), con desarrollo

Recordar: el ángulo central del
 desarrollo del cono es igual a:
 $\varphi = 360^\circ \times r / R$
 ($360^\circ \times$ radio directriz / longitud de la
 generatriz del cono)



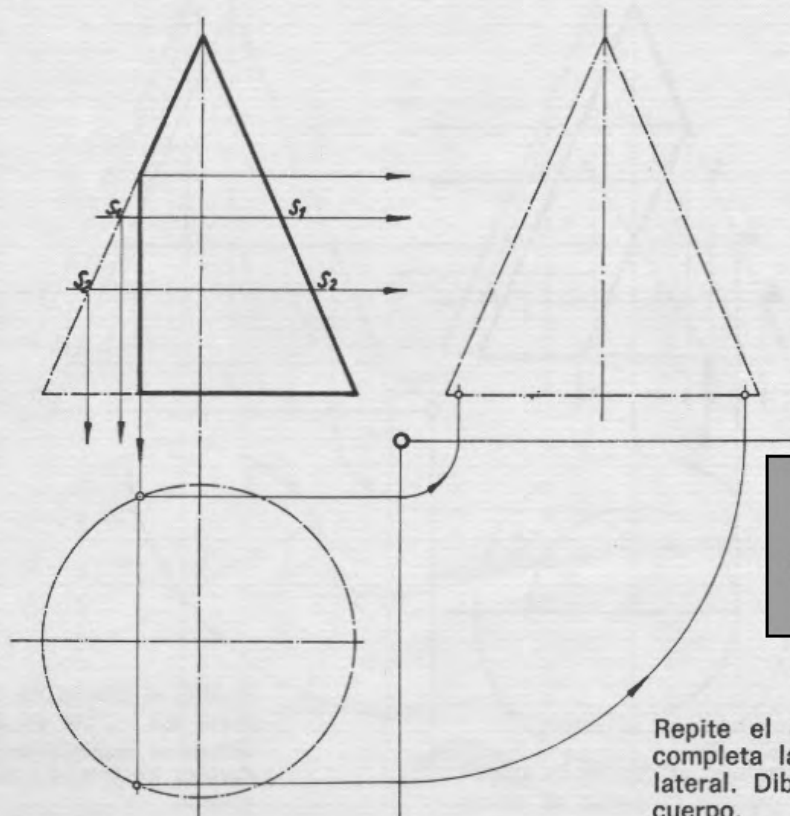
Cono cortado paralela y oblicuamente al eje de giro (sección hiperbólica y elíptica)



Ejemplo

Cono cortado paralelamente al eje de giro (sección hiperbólica)

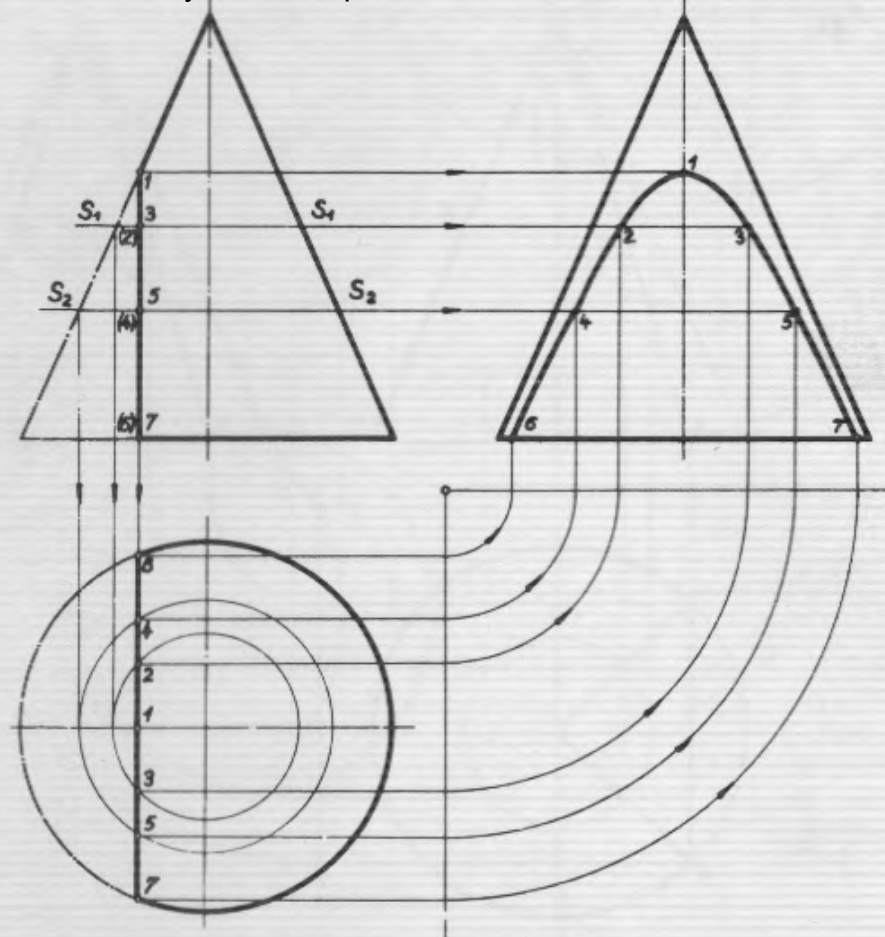
El corte paralelo al eje de giro es el que más a menudo se presenta en las piezas de carácter técnico.



**RESUELTO A
CONTINUACIÓN**

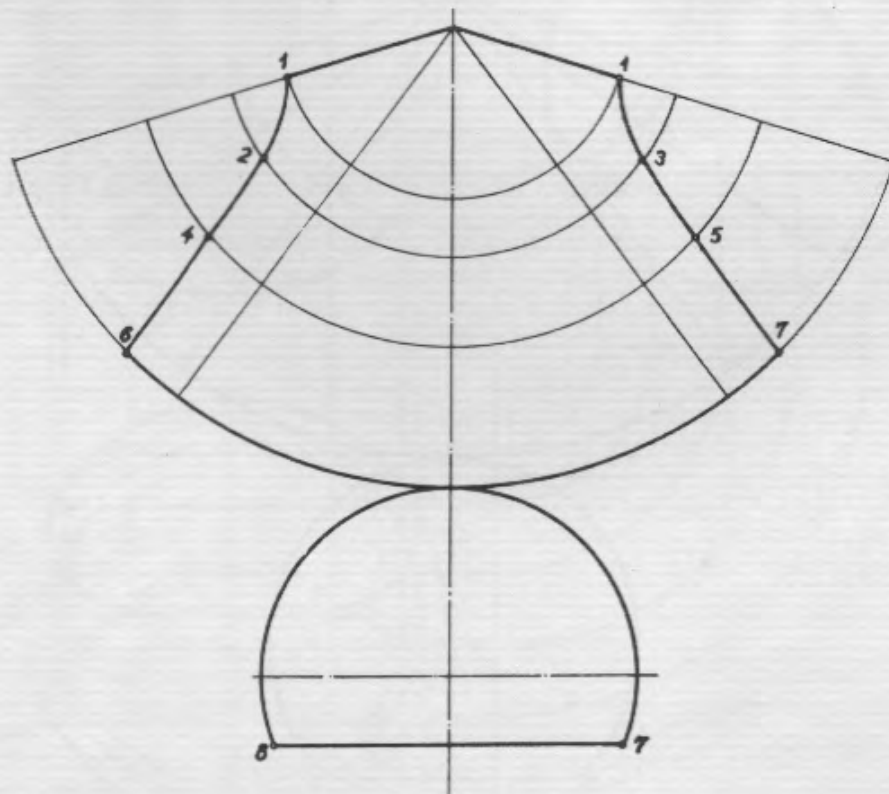
Ejercicio

Repite el dibujo de muestra y completa las vistas en planta y lateral. Dibuja el desarrollo del cuerpo.

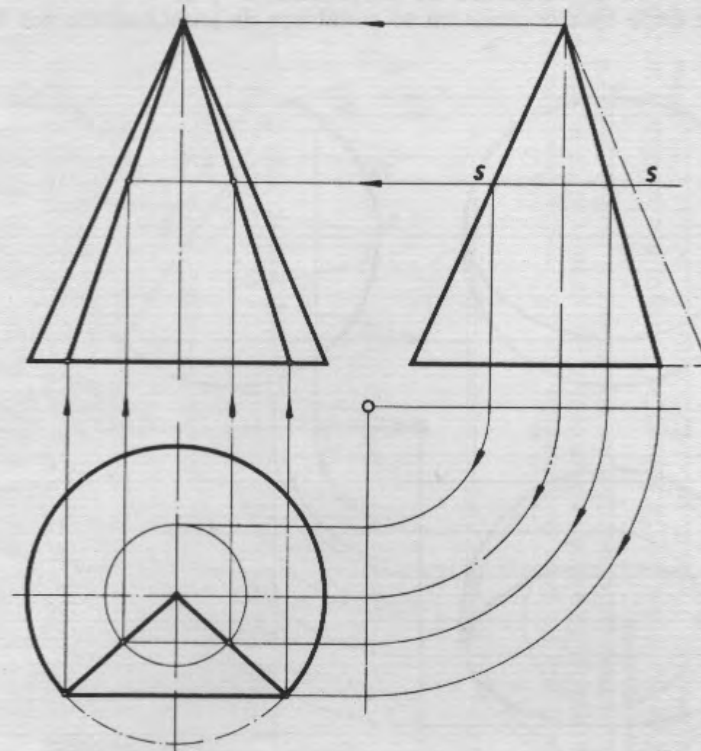


**Cono cortado por un plano paralelo al eje de revolución
 (sección hiperbólica) y desarrollo**

(Ej. de hoja anterior)

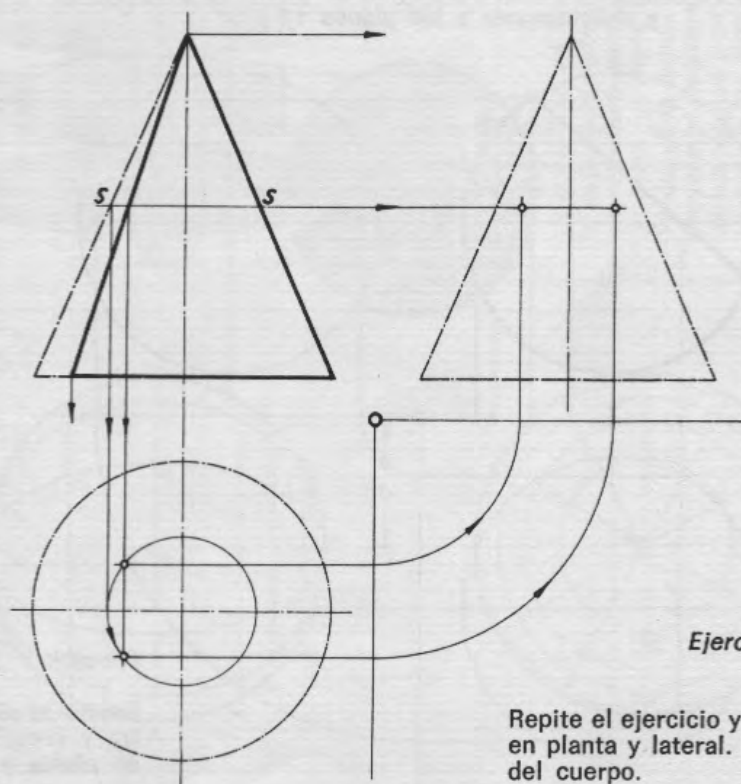


Cono cortado por una superficie que pasa por el vértice (sección triangular)



Ejemplo

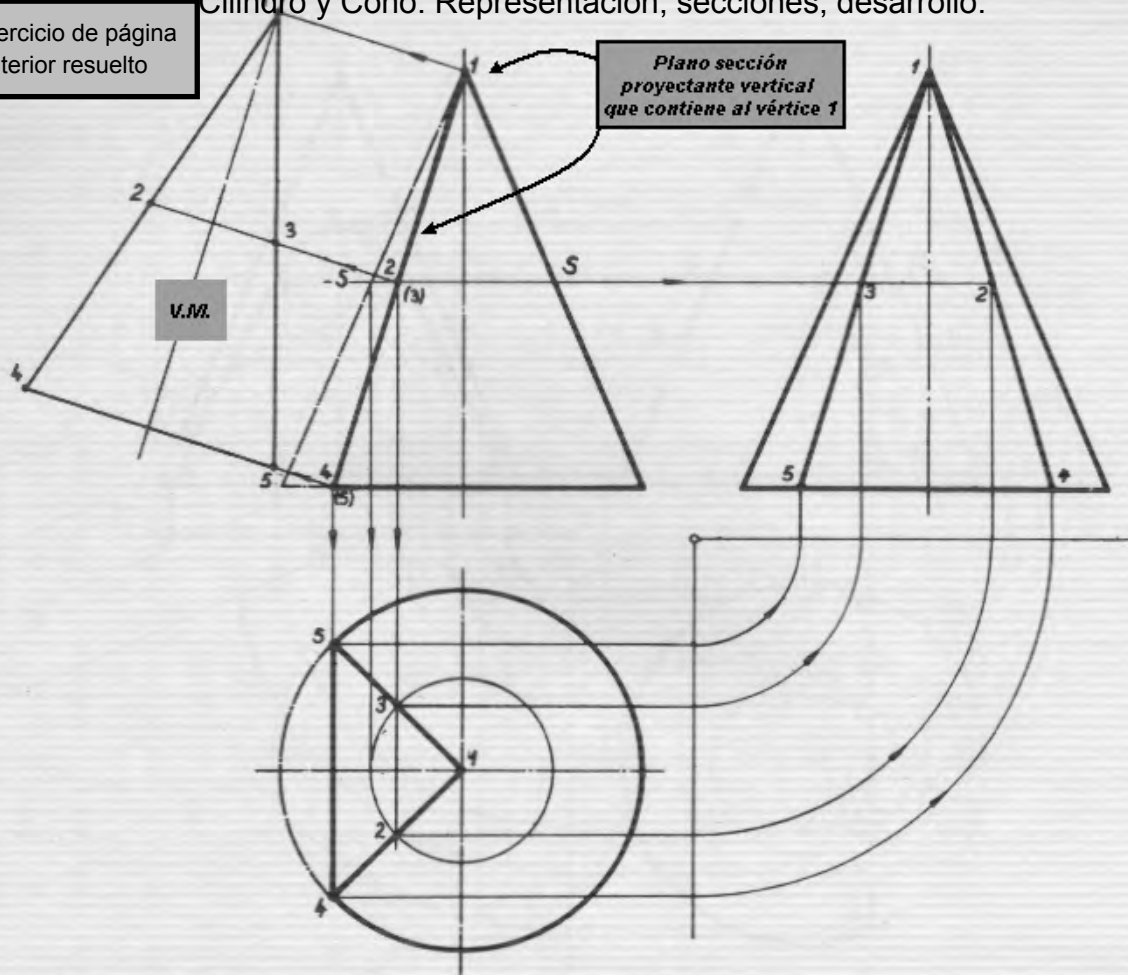
Cono cortado por una superficie que pasa por el vértice (sección triangular)



Ejercicio

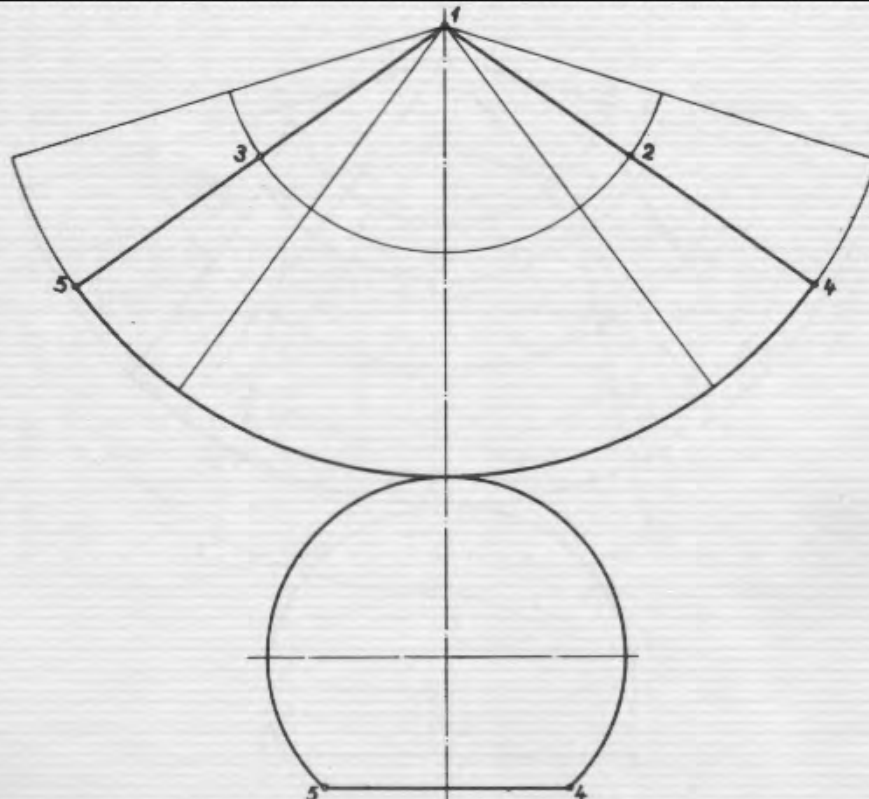
Repita el ejercicio y completa las vistas en planta y lateral. Dibuja el desarrollo del cuerpo.

Ejercicio de página anterior resuelto

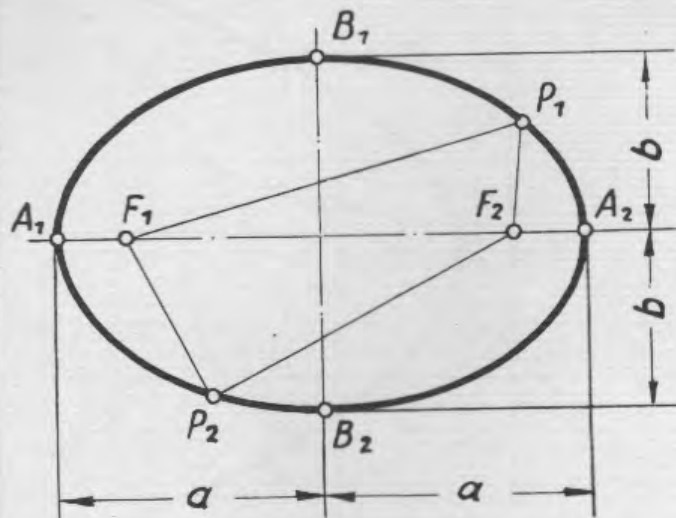


**Cono cortado por un plano que pasa por el vértice
(sección triangular) y desarrollo**

Para localizar las generatrices 1-4 y 1-5 en el desarrollo, se divide en 8 partes iguales la base del cono, y lo mismo se hace con el sector circular del desarrollo. En este caso porque las generatrices de la sección forman 45° en el plano horizontal, y se pueden trasladar las mismas proporciones para cada $1/8$ de longitud del arco de la directriz.



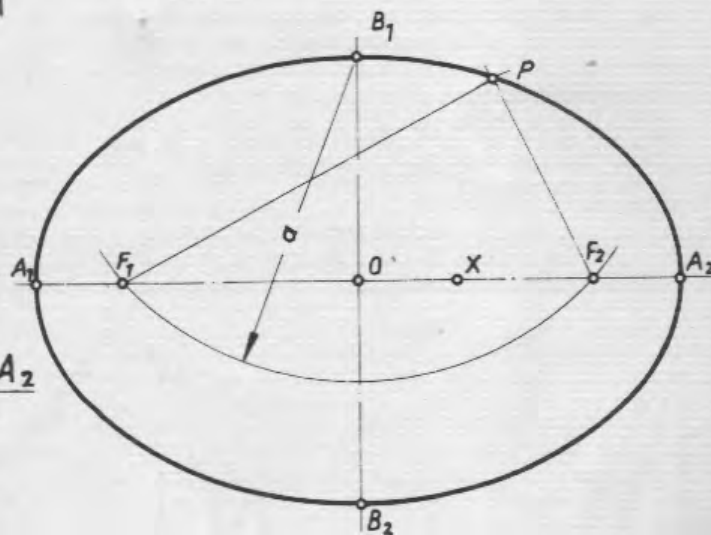
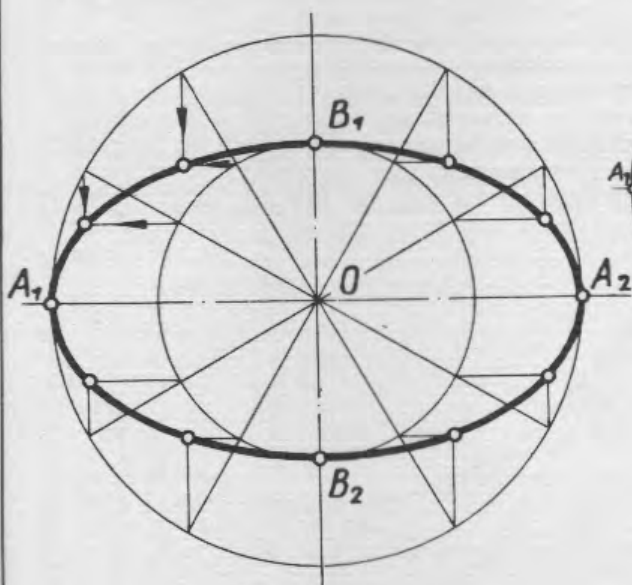
La elipse



A_1, A_2, B_1, B_2 = Vértices
 $A_1 A_2$ = Eje mayor
 $B_1 B_2$ = Eje menor
 F_1 y F_2 = Focos

La elipse es una curva plana que queda determinada por los focos y la longitud del eje mayor. La elipse está formada por todos aquellos puntos en los que la suma de distancias a los focos es igual a $2a$.

$$P_1F_1 + P_1F_2 = P_2F_1 + P_2F_2 = A_1F_1 + A_1F_2 = A_2F_2 + A_2F_1 = 2a$$

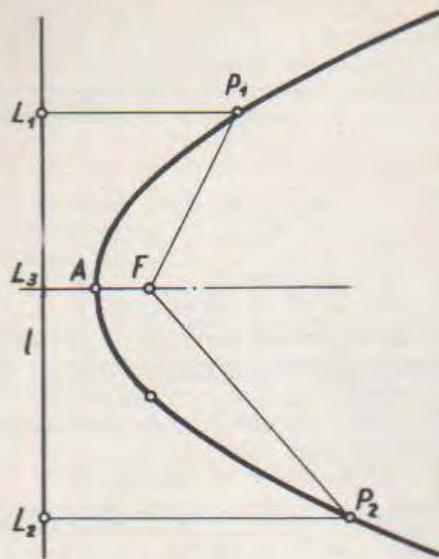


1. Construcción, dados los ejes mayor y menor.
 - a) Dibujar los ejes mayor y menor; puntos A_1, A_2, B_1 y B_2 .
 - b) Trazar circunferencias de radios A_1O y B_1O tomando como centro el punto O .
 - c) Trazar radios que pasen por O (formando ángulos de 30°).
 - d) Trazar paralelas a los ejes por los puntos de intersección de los radios con la circunferencia.
 - e) Los puntos de intersección de las paralelas correspondientes son puntos de la elipse.

2. Construcción, dados los ejes mayor y menor.
 - a) Dibujar los ejes mayor y menor; puntos A_1, A_2, B_1 y B_2 .
 - b) Dibujar un arco de circunferencia alrededor del punto B con radio $a = A_1O$; los puntos de intersección con el eje mayor son los focos F_1 y F_2 .
 - c) Trazar un punto X cualquiera sobre el eje mayor.
 - d) Dibujar un arco de circunferencia con radio A_1X alrededor del punto F_1 y otro con radio A_2X . El punto de intersección P es un punto de la elipse.
 - e) De igual forma pueden obtenerse más puntos.

Ejercicio: Dibuja según los dos métodos, elipses con dimensiones $a = 4,5$ y $b = 3$ cm.

La parábola



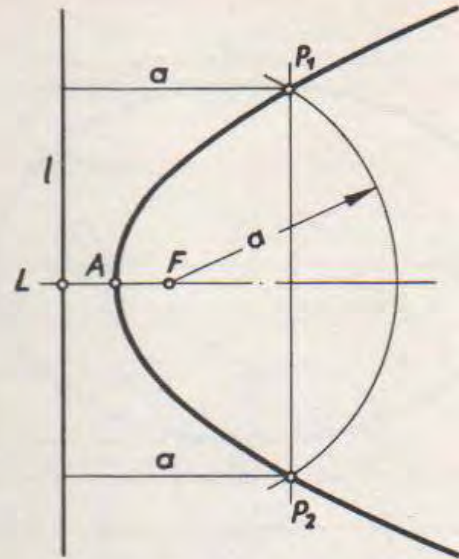
l = Directriz
 F = Foco
 A = Vértice

La parábola es una curva plana, en la que cada uno de sus puntos equidista del foco F y de la directriz l .

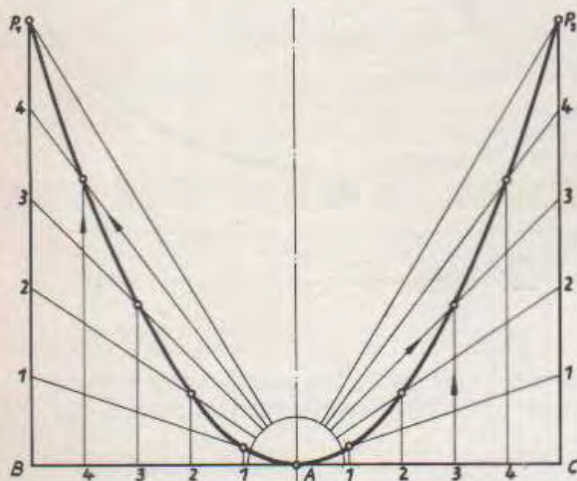
$$P_1F = P_1L_1$$

$$P_2F = P_2L_2$$

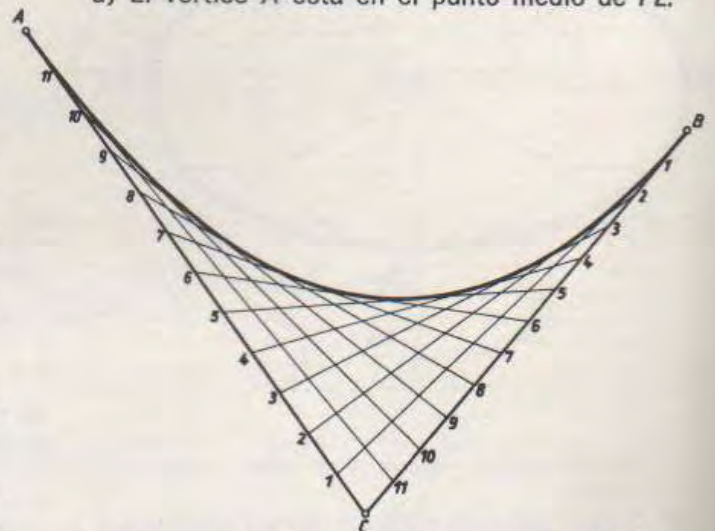
$$AF = AL_3$$



1. Construcción, dados l y F .
 - a) Dibujar la directriz l y la perpendicular a l determinando el foco F .
 - b) Trazar un arco de circunferencia con radio cualquiera y centro el punto F .
 - c) Dibujar una paralela a la directriz l , a una distancia a de ella; los puntos de intersección P_1 y P_2 de las paralelas y el arco de circunferencia son puntos de la parábola.
 - d) El vértice A está en el punto medio de FL .



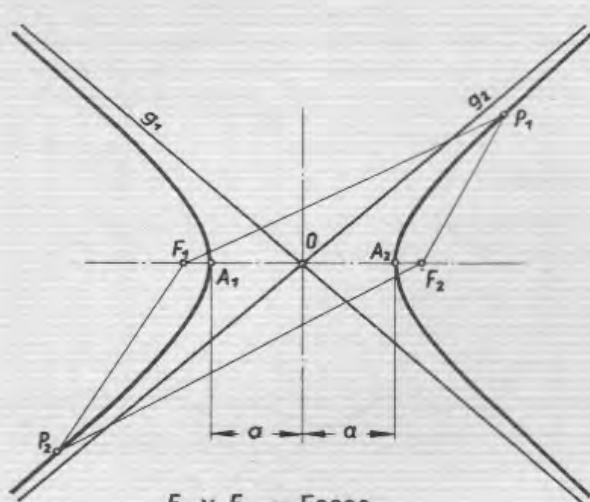
2. Construcción (construcción por punto), dados los puntos P_1 , P_2 y A .
 - a) Dividir AB y AC en el mismo número de partes y numerar las divisiones desde A .
 - b) Dividir BP_1 y CP_2 en el mismo número de partes que AB y numerar las divisiones consecutivamente partiendo de B y C .
 - c) Trazar los rayos desde A a través de las divisiones de BP_1 y CP_2 y trazar perpendiculares en los puntos de AB y AC .
 - d) Los puntos de intersección de los rayos o las perpendiculares con igual número son puntos de la parábola.



3. Construcción (construcción por tangentes), dadas las tangentes AC y BC .
 - a) Dividir las tangentes AB y AC en el mismo número de partes.
 - b) Numerar los puntos partiendo de B y C .
 - c) Unir los puntos de AC y BC que tengan el mismo número.
 - d) Cada una de estas rectas de unión es tangente a la parábola; por lo tanto, tiene un punto de contacto con ella.
 - e) Trazar la parábola con una regla flexible para el trazado de curva.

Ejercicio: Dibuja una parábola con $FL = 1,5$ cm según el primer método de construcción.

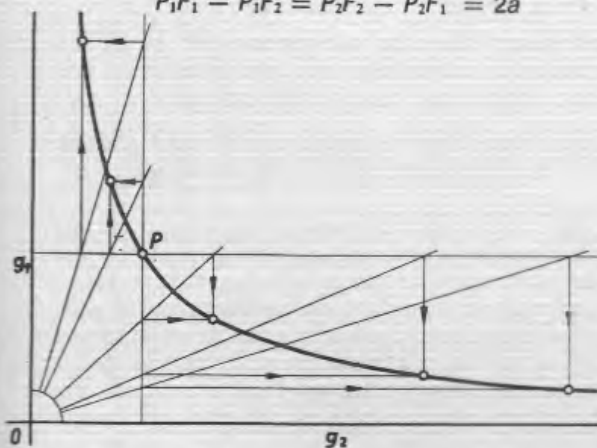
La hipérbola



F_1 y F_2 = Focos
 A_1 y A_2 = Vértices
 F_1F_2 = Eje principal
 g_1 y g_2 = Asíntotas

La hipérbola es una curva plana determinada por los focos F_1 y F_2 y la recta $2a$ pequeña. La hipérbola se compone de dos ramas que se extienden hasta el infinito. Las asíntotas g_1 y g_2 que pasan por el punto O son dos líneas rectas que se acercan cada vez más a la hipérbola sin llegar nunca a entrar en contacto con ella. Para cada uno de los puntos de la hipérbola se cumple que las diferencias de las distancias a los dos focos son iguales a $2a$.

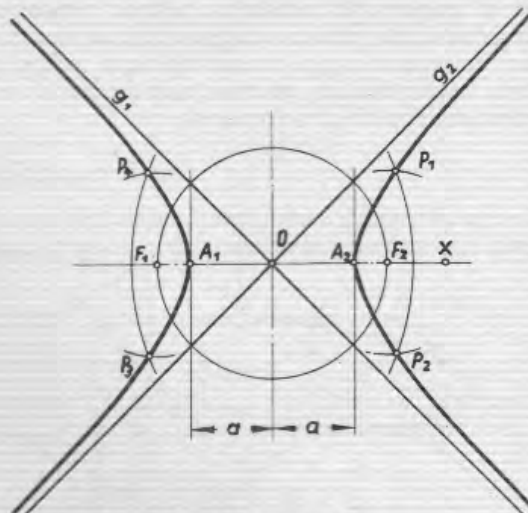
$$P_1F_1 - P_1F_2 = P_2F_2 - P_2F_1 = 2a$$



2. Construcción (construcción por puntos), dados g_1 y g_2 y el punto P .

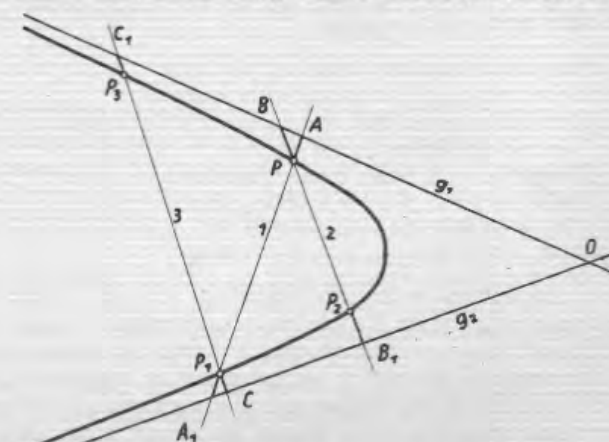
- Trazar paralelas a g_1 y g_2 por P .
- Dibujar rayos desde O que cortan a ambas paralelas.
- Trazar nuevamente paralelas a g_1 y g_2 pasando por los puntos de intersección de los rayos con las paralelas.
- Los puntos de intersección de las paralelas verticales y horizontales correspondientes a cada rayo son puntos de la hipérbola.

Ejercicio: Dibujar una hipérbola con $F_1F_2 = 6$ cm y $2a = 4,5$ cm, según el primer método de construcción.



1. Construcción, dados F_1 , F_2 , $2a$.

- Trazar las perpendiculares en A_1 y A_2 y dibujar un arco con radio F_1O y centro el punto O . La unión por rectas oblicuas de los puntos de corte a lados distintos de la vertical por O da las asíntotas g_1 y g_2 .
- Trazar un punto cualquiera X . Dibujar arcos de circunferencia con radio A_1X y A_2X y centros en F_1 y F_2 , respectivamente. Los puntos de intersección de los arcos P_1 , P_2 , P_3 y P_4 son puntos de la hipérbola.
- Los puntos A_1 y A_2 se determinan por $2a$.



3. Construcción (construcción por secantes), dados g_1 y g_2 y el punto P .

- La construcción por secantes se basa en que los segmentos de secantes comprendidas entre la curva y la asíntota son iguales:
 $PA = P_1A_1$, $PB = P_2B_1$, $P_1C = P_3C_1$, etc.
- Trazar la recta 1 cualquiera por el punto P ; los puntos de intersección sobre las asíntotas son A y A_1 .
- Llevar el segmento PA sobre la recta 1 desde A_1 ; el punto P_1 es un punto de la hipérbola.
- De igual manera se obtienen P_2 y P_3 .