

## XX CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA

### MODELO HIDRODINÁMICO 3D DE CELDAS PARA LA SIMULACIÓN DE FLUJO SUBTERRÁNEO

Erik D. Zimmermann<sup>1</sup> y Gerardo A. Riccardi<sup>2</sup>

Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR. Riobamba 245 bis, 2000 Rosario, Argentina.  
TeleFax 54 41 808 541.

<sup>1</sup>CONICET. E-mail : [erikz@fceia.unr.edu.ar](mailto:erikz@fceia.unr.edu.ar); <sup>2</sup>CIUNR, E-mail: [riccardi@fceia.unr.edu.ar](mailto:riccardi@fceia.unr.edu.ar)

#### Resumen

Se presenta un modelo matemático hidrodinámico cuasi-tridimensional de celdas apto para la simulación del flujo subterráneo. El modelo de simulación presenta un ensamble de algoritmos, previamente desarrollados y testeados, que representan al escurrimiento a través del medio poroso saturado mediante abordajes bidimensionales, escurrimiento en conductos de drenaje, estaciones de bombeo, etc. En la estructura del modelo se propone un nuevo tipo de vinculación entre celdas acuíferas en la dimensión vertical, la cual es verificada en un problema de solución analítica conocida arrojando resultados satisfactorios.

#### Abstract

A quasi 3-D hydrodynamic mathematical model of cells enabled to groundwater flow simulation is presented. The model presents algorithms, which are developed and tested previously, that it allows to simulate the two-dimensional flow across saturated porous media, drainage conduits, pumping stations, etc. A new type of link between aquifer cells is proposed in the vertical dimension, which is verify for a problem with analytical solution. Results are satisfactory.

## INTRODUCCIÓN

Las simulaciones del flujo y almacenamiento subterráneo generalmente mantienen como hipótesis que la matriz porosa por donde circula el acuífero está constituida por un material isótropo y homogéneo, pero es sabido que gran parte de la llanura pampeana argentina presenta heterogeneidades en su estratigrafía.

Un caso particular de las heterogeneidades encontradas en éstos medios porosos naturales que alojan acuíferos, lo constituye la sucesión de estratos de diferentes texturas y conductividades hidráulicas. Estas sucesiones estratificadas pueden conformarse mediante la alternancia de capas de acuitardos semiconfinantes y acuíferos dando lugar a los denominados acuíferos multicapa. Numerosos ejemplos pueden citarse en Argentina donde no puede hablarse de estratos acuíferos independientes sino que se encuentran vinculados entre sí, conformando sistemas multiacuíferos [Sala *et al* 1983]. Hay mucha evidencia de esta configuración estratificada a partir perfilajes múltiples en pozos de observación.

En éstos sistemas son previsible las variaciones piezométricas con la profundidad, dando lugar a flujos subterráneos en la dirección vertical.

Pueden citarse numerosos ejemplos donde la componente vertical del flujo no es nula, pozos parcialmente penetrantes, sistemas de drenaje mediante trincheras o conductos de drenes, etc. [Custodio y Llamas 1983], para los cuales las hipótesis de Dupuit-Forchheimer no se cumplen.

Para simular el movimiento del agua subterránea se desarrolló una primer versión de un modelo de celdas capaz de realizar un abordaje bidimensional en planta del flujo. El modelo fue contrastado frente a otros modelos de aptitud conocida y validado con problemas de solución analítica conocida tales como flujos hacia trincheras paralelas y totalmente penetrantes sujetas a recarga y flujo impermanente hacia pozos de captación. Los resultados indicaron buenos ajustes entre niveles simulados y estimados mediante otras metodologías (Riccardi y Zimmermann 1999).

Los sistemas de drenaje subterráneo están compuestos por un conjunto de elementos heterogéneos (conductos drenantes, estaciones elevadoras, etc) los cuales no pueden incorporarse en la simulación del flujo subterráneo que ofrecen los modelos convencionales. Los modelos numéricos basados en esquemas de celdas permiten el ensamblaje de las diferentes componentes de éstos sistemas, ya que se basan en una ecuación de continuidad junto a la ecuación de flujo que caracteriza el tipo de conexión establecida entre las celdas.

Con estas premisas una nueva versión del modelo fue propuesta para incluir nuevos tipos de uniones entre celdas tales como dren-acuífero (Zimmermann y Riccardi 2000), estaciones de bombeo y pérdidas de carga (Riccardi 1997a, 1997b). Esquemas de celdas fueron también aplicados en modelos de flujo superficial, encauzado, mantiforme (Riccardi y Zimmermann 1993), conductos (Riccardi *et al* 1995), en hidrología superficial (Zimmermann y Riccardi 1995).

Bajo el objetivo de mejorar la identificación del modelo a los tipos de acuíferos presentes en la región se ha incorporando, en este trabajo, la componente vertical del flujo en las vinculaciones de las celdas. Esto permitirá la representación tridimensional de sistemas multiacuíferos.

## MODELO DE CELDAS SUBTERRÁNEAS

### Ecuación de continuidad

Se supone que a toda celda  $i$  le corresponde un nivel de agua característico  $z_i$ , el que se asume en el centro de la celda. Se asume también que la superficie del agua es horizontal entre las fronteras de la celda. Existen dos hipótesis básicas sobre las cuales están basadas las ecuaciones gobernantes:

- El volumen de agua almacenado en la celda  $V_i$ , está directamente relacionado a su nivel de agua  $z_i$ , es decir  $V_i = V(z_i)$ .
- La descarga  $Q_{i,k}$  entre dos celdas adyacentes  $i$  y  $k$  en un tiempo determinado es una función de los niveles piezométricos en las celdas conectadas:  $Q_{i,k}(z_i, z_k)$ .

Con estas hipótesis, la ecuación de continuidad escrita en su forma diferencial puede expresarse de la siguiente forma (Cunge 1975):

$$A_{Si}(z_i) \frac{dz_i}{dt} = P_i(t) + \sum_{k=1}^j Q_{i,k}(t) \quad (1)$$

donde  $A_{Si}$  es el área superficial de la celda  $i$  y el término  $P_i(t)$  permite la adición o sustracción de flujos externos en cada celda (recargas, bombeos, evapotranspiración etc.) y  $j$  es el número de celdas conectadas con la celda  $i$ .

### Leyes de descargas entre celdas

#### Unión horizontal acuífera

El modelo evalúa el intercambio de flujo entre celdas con la ecuación de Darcy para el movimiento uniforme en el medio poroso. La suposición de Dupuit-Forchheimer se asume como válida. Por tratarse de un medio poroso, en la ecuación de continuidad debe utilizarse el área superficial efectiva  $A_{Sei}$  en lugar de  $A_{Si}$ ,  $A_{Sei}$  es el producto del área superficial y el coeficiente de almacenamiento del medio ( $A_{Sei} = A_{Si} S$ ). La ecuación que gobierna la unión entre celdas acuíferas es (Riccardi y Zimmermann 1999):

$$Q_{i,k} = \frac{b_{i,k} K_{i,k}}{\Delta x_{i,k}} h_{i,k} \Delta z_{i,k} \quad (2)$$

donde  $h_{i,k}$  es la altura media del agua entre las celdas  $i$  y  $k$ ,  $K_{i,k}$  es la conductividad hidráulica media entre las celdas,  $b_{i,k}$  es el ancho de la unión,  $\Delta z_{i,k} = z_i - z_k$  es la diferencia entre los niveles piezométricos de las celdas y  $\Delta x_{i,k}$  es la distancia entre centros de celdas.

### Unión acuífero – dren

El planteo se basa en las ecuaciones de Glover-Dumm (régimen impermanente) y Hooghoudt (régimen estacionario) y fue testada para ambas situaciones (Zimmermann y Riccardi 2000). La expresión de flujo entre celda acuífera y celda dren es la siguiente:

$$Q_{i,k} = 2 \frac{b_{i,k} K_{i,k} d_{i,k}^2}{\Delta x_{i,k}^2} \Delta z_{i,k} \quad (3)$$

donde  $Q_{i,k}$  es la descarga entre acuífero y dren,  $\Delta x_{i,k}$  y  $b_{i,k}$  fueron definidos anteriormente y  $d_{i,k}$  es la profundidad media equivalente de las celdas  $i$  y  $k$ . La profundidad equivalente fue introducida por Hooghoudt (1940) para mantener la suposición de flujo horizontal hacia el dren. Puede estimarse mediante la ecuación de Van der Molen - Wesseling (1991):

$$d = \frac{\frac{\pi L}{8}}{\ln \frac{L}{\pi r_0} + F(x)} \quad (4)$$

donde  $L$  es el espaciamiento entre drenes,  $r_0 = u/\pi$  es el radio del dren,  $u$  es el perímetro mojado del conducto de drenaje,  $x = 2\pi D/L$ ,  $D$  la profundidad del estrato impermeable ubicado por debajo del dren y  $F(x)$  una función auxiliar obtenida mediante:

$$F(x) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-2nx}}{n(1-e^{-2nx})}, \quad n = 1,3,5.. \quad (5.a)$$

serie que converge rápidamente si  $x > 1$ . Para  $x < 1$ , puede utilizarse la aproximación siguiente:

$$F(x) = \frac{\pi^2}{4x} + \ln \frac{x}{2\pi} \quad (5.b)$$

### Formulación Numérica

Para la resolución numérica las leyes de descarga, funciones explícitas de los niveles, son introducidas en la ecuación de continuidad (1). Se utiliza un esquema implícito en diferencias finitas (Cunge 1975):

$$A_{S_i} \frac{\Delta z_i}{\Delta t} = P_i + \sum_{k=1}^j Q_{i,k}^n + \sum_{k=1}^j \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial z_i} \Delta z_i + \sum_{k=1}^j \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial z_k} \Delta z_k \quad (6)$$

donde  $A_{S_i}$ ,  $P_i$  y  $Q_{i,k}$  son conocidas en el tiempo  $t = n \Delta t$  y los incrementos  $\Delta z_i$  y  $\Delta z_k$  son incógnitas. Hay tantas ecuaciones (6) como celdas que componen el modelo. Para  $N$  celdas, puede establecerse un sistema de  $N$  ecuaciones diferenciales ordinarias y  $N$  funciones incógnitas  $z_i$  dependientes del tiempo  $t$ . La solución existe y es única (Cunge 1975) si se completa el problema con condiciones iniciales  $z_i(t)$ . La resolución numérica está basada en un algoritmo matricial de relajación con eliminación de elementos nulos (Riccardi y Zimmermann 1999).

Los coeficientes de los diferentes tipos de unión son los parámetros del modelo, mientras que las recargas por infiltración ó las extracciones por bombeos en cada celda son entradas en el modelo que dependen del tiempo. Niveles piezométricos en cada celda y flujos de intercambio entre ellas constituyen las salidas del modelo, las cuales dependen del tiempo también.

### Condiciones iniciales y de borde

Es condición suficiente y necesaria imponer niveles piezométricos  $z(t)$  en las fronteras del área de estudio. En la práctica, esto no es siempre posible o deseable, tal que en los casos reales pueden darse tres tipos de condiciones: a) Niveles piezométricos como una función del tiempo  $z(t)$ , b) Descarga como una función del tiempo  $Q(t)$  y c) Relación unívoca entre niveles y descargas  $Q = f(z)$ . El modelo requiere de niveles piezométricos conocidos para todas las celdas en un tiempo inicial de simulación.

### UNION VERTICAL ACUÍFERA

De acuerdo a lo presentado, con el agregado de una componente vertical de intercambio de flujos subterráneos el modelo de celdas descrito está habilitado para simular el flujo tridimensional en medios porosos.

La ecuación diferencial a derivadas parciales que describe el movimiento tridimensional del agua subterránea de densidad constante a través de un material poroso deformable puede escribirse como (Bear 1972):

$$\mathbf{K} \nabla^2 h - 2\mathbf{K} \rho g \beta \frac{\partial h}{\partial z} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7)$$

donde  $\mathbf{K}$  representa el tensor de conductividades hidráulicas ( $LT^{-1}$ ),  $h$  es el potencial piezométrico (L);  $\rho$  es la densidad del fluido ( $ML^{-3}$ ),  $g$  la aceleración de la gravedad ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ),  $\beta$  la compresibilidad del fluido ( $T^2LM^{-1}$ ),  $S_s$  es el almacenamiento específico del material poroso ( $L^{-1}$ ) y  $t$  es el tiempo.

### Simplificación de la ecuación general

Si las profundidades son profundidades pequeñas, las presiones a las que está sujeto el fluido no son extremadamente elevadas y el segundo término del miembro izquierdo en (7) puede ser despreciable. A manera de ejemplo, considerando la compresibilidad y densidad del agua a temperatura ambiente ( $\beta \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ s}^2 \text{ m/kg}$ ;  $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ ), la relación  $RT$  entre el primer y el segundo término del primer miembro en (7) es:

$$RT = \frac{\mathbf{K} \nabla^2 h}{2\mathbf{K} \rho g \beta \frac{\partial h}{\partial z}} = \frac{\nabla^2 h}{2\rho g \beta \frac{\partial h}{\partial z}} \approx 10^5 m \frac{\nabla^2 h}{\frac{\partial h}{\partial z}} \quad (8)$$

Es decir que para que ambos términos sean de la misma magnitud ( $RT = 1$ ), el gradiente vertical deberá ser 100000 veces mayor que el laplaciano del primer término.

Una situación representativa en la región pampeana del sur santafecino podría establecerse esquemática-mente en la Figura 1.

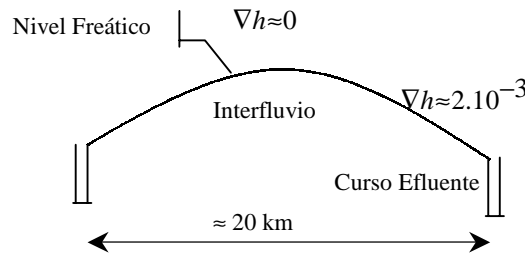


Figura 1. Esquemización del flujo subterráneo entre interfluvios.

De acuerdo a la Figura 1, el término del laplaciano  $\nabla^2 h$  podría aproximarse en el orden de  $2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$ . Por otro lado, para una recarga media regional estimada de 30 mm anuales (Zimmermann 2000) y una conductividad hidráulica vertical del orden de  $6 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$  (Zimmermann 2002), el gradiente vertical  $\partial h / \partial z$  necesario para garantizar el flujo de la recarga es del orden de  $1,5 \cdot 10^{-3}$ . Reemplazando términos en (8)  $RT \approx 13$ , es decir que el término del laplaciano sería un orden de magnitud mayor que el del gradiente vertical.

De todas formas, esta aproximación no arroja una gran diferencia entre los términos y considerando que se tratan de valores estimados deberían analizarse nuevamente para cada caso en particular. Despreciando el segundo término en (7), desarrollando genéricamente el laplaciano para un medio anisótropo y considerando un término fuente ó sumidero que refleje aportes externos al volumen de control considerado, la expresión para el movimiento tridimensional del fluido en el medio poroso resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (9)$$

donde  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  y  $K_{zz}$  representan valores de conductividad hidráulica a lo largo de las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  las cuales se asumen paralelas a los ejes principales de

conductividad hidráulica ( $LT^{-1}$ ) y  $W$  es el flujo volumétrico por unidad de volumen y representa fuentes y/o sumideros de agua ( $T^{-1}$ ).  $S_s$ ,  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  y  $K_{zz}$  pueden ser función del espacio y  $W$  puede ser una función del espacio y del tiempo. Esta ecuación, combinada con condiciones iniciales y de borde específicas, es la expresión matemática de un sistema de flujo subterráneo.

Siendo el fluido de densidad constante, el modelo de la ecuación (9) está inhabilitado para representar problemas de intrusión salina donde se verifican cambios de densidad.

### Replanteo de las uniones horizontales y vertical acuíferas

La ecuación (9) es equivalente a la ecuación de continuidad (1), donde cada flujo de intercambio en los contornos de una celda estaría representado por los productos entre conductividades hidráulicas y gradientes en cada dirección (términos encerrados entre paréntesis). Dado que la ley que expresa el movimiento en el medio poroso para cualquiera de las direcciones del espacio es la ley darciana, la formulación para el intercambio de flujos en el sentido vertical coincide, en esencia, con la planteada en (2).

En el planteo de celdas en las tres dimensiones, la diferencia radica en la geometría de las caras laterales e inferior y superior de la celda que deben considerarse en la nueva manera de discretizar:

$$Q_{x_{i,k}} = \frac{A_{yz_{i,k}} K_{xx_{i,k}} \Delta h_{i,k}}{\Delta x_{i,k}} \quad (10) \quad Q_{y_{i,k}} = \frac{A_{xz_{i,k}} K_{yy_{i,k}} \Delta h_{i,k}}{\Delta y_{i,k}} \quad (11) \quad Q_{z_{i,k}} = \frac{A_{xy_{i,k}} K_{zz_{i,k}} \Delta h_{i,k}}{\Delta z_{i,k}} \quad (12)$$

donde  $Q_x$ ,  $Q_y$  y  $Q_z$  son caudales de intercambio en las tres direcciones del espacio,  $A_{xy}$ ,  $A_{xz}$  y  $A_{yz}$  son las áreas laterales de las celdas en los planos  $xy$ ,  $xz$  e  $yz$ , respectivamente,  $\Delta h_{i,k}$  es la diferencia entre los niveles piezométricos de las celdas  $i$  y  $k$ ,  $\Delta x_{i,k}$ ,  $\Delta y_{i,k}$   $\Delta z_{i,k}$  son las distancias entre centros de celdas en las tres direcciones del espacio.

### APLICACIÓN DEL MODELO

El modelo fue aplicado en un problema de flujo bidimensional y estacionario en medio poroso homogéneo e isótropo. El caso de estudio fue el dren horizontal de gran longitud y pequeño diámetro (Curstodio y Llamas 1983, p854), el que se esquematiza en la Figura 2. Se ha adecuado la nomenclatura al presente trabajo. El problema planteado tiene solución analítica y la expresión correspondiente al nivel piezométrico en función de las coordenadas  $x$  y  $z$  es:

$$h(x, z) = \frac{q}{4\pi K} \left\{ \ln \left[ \frac{1}{4} \left( \cosh \frac{\pi x}{b} - \cos \frac{z+a}{b} \right) \left( \cosh \frac{\pi x}{b} - \cos \frac{z-a}{b} \right) \right] \right\} + C \quad (13)$$

donde  $h$  es el nivel piezométrico (L),  $q$  es la descarga del dren por metro de longitud ( $L^2T^{-1}$ ),  $K$  la conductividad hidráulica del medio poroso ( $LT^{-1}$ ) y  $C$  es una constante de integración que se determina con la condición de contorno lateral.

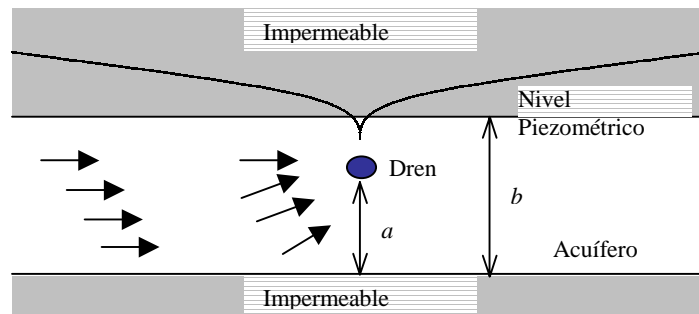


Figura 2. Esquemización del problema.

Para cuantificar el problema se adoptó un espesor de acuífero  $b$  de 20 m, una altura  $a$  del dren de 15 m sobre el piso del acuífero, una conductividad hidráulica  $K$  de 5 m/d y un caudal  $q$  extraído por el dren de  $20 \text{ m}^2/\text{d}$ . El contorno lateral con nivel piezométrico fijo  $h_0$  de 30 m se ubicó a 100 m del dren. Para ello la constante  $C$  en (13) fue fijada en 20,88 m. La discretización espacial adoptada en el modelo de celdas consistió en 500 celdas de  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ , 10 en la altura  $\times$  50 en la semi-extensión horizontal. Se modeló medio dominio dado que el problema presenta simetría en el plano  $y$ - $z$  pasante por el eje del dren.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 3 muestra la concordancia entre niveles piezométricos calculados con (13) y los obtenidos mediante simulación con el modelo numérico.

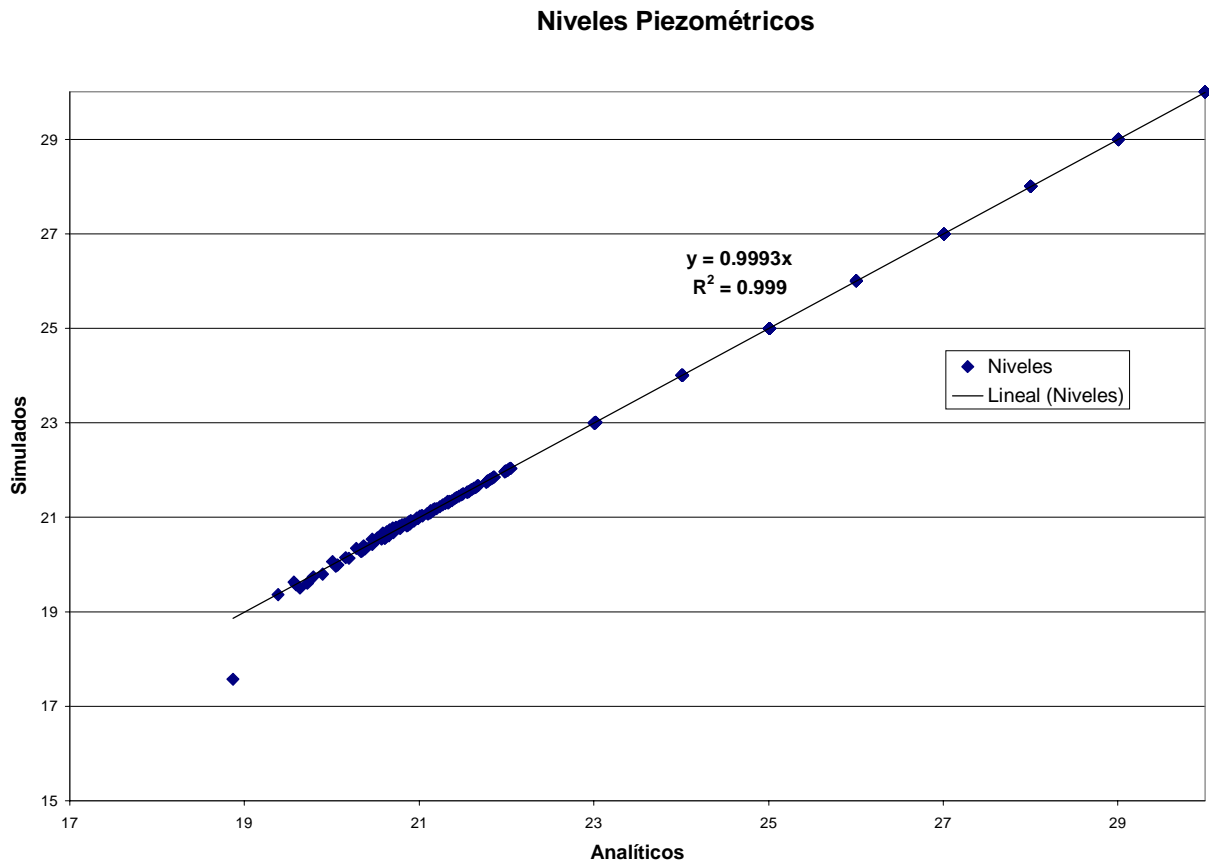
El coeficiente de determinación ( $r^2$ ) para la regresión lineal fue de 0,999 mostrando un ajuste muy satisfactorio entre niveles simulados y analíticos. El error cuadrático medio de los niveles en cada celda hasta los primeros 20 m de simulación fue de **0.0385** m. Cabe mencionar que en los primeros 20 m del dominio de discretización se encuentran los errores más groseros de la estimación. Alejándose de esta progresiva los niveles diferían en el orden del milímetro. La Figura 4 muestra las líneas equipotenciales estimadas mediante interpolación por *kriging* para el modelo numérico y el analítico, pudiéndose observar un grado de concordancia muy satisfactorio.

## CONCLUSIONES

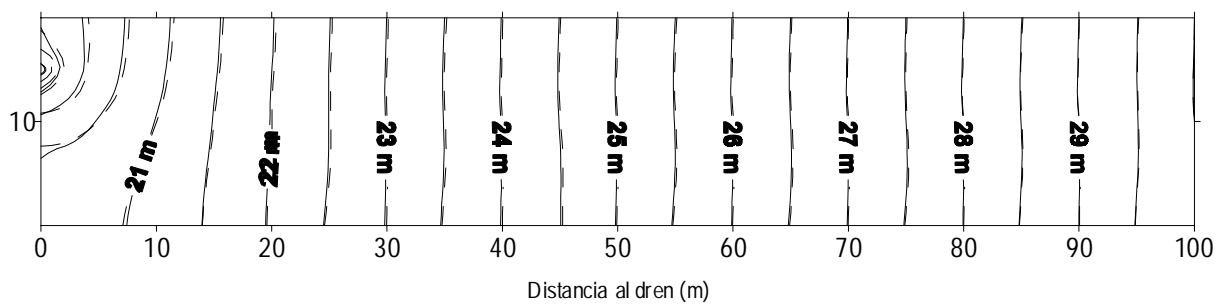
Se presenta un modelo matemático hidrodinámico cuasi-tridimensional de celdas apto para la simulación del flujo subterráneo. En la estructura del modelo se propone un nuevo tipo de vinculación entre celdas acuíferas en la dimensión vertical, la cual es verificada en un problema de solución analítica conocida. Los resultados han demostrado que el modelo es apto para simular el problema de flujo planteado pronosticando los niveles piezométricos con aceptable exactitud.

## REFERENCIAS

- Bear J. (1972). Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier Pub. Co. ISBN 0-486-65675-6. NY. USA.
- Cunge J (1975) Two dimensional modeling of flood plains. In: Mahmood K. and Yevjevich V. (eds) Unsteady flow in open channels. Water Resources Publications. Fort Collins, Co, USA pp 705-762.
- Custodio E, Llamas M. (1983) *Hidrología Subterránea*. Segunda Edición; Ediciones Omega S.A.; Barcelona; España; ISBN 84-282-0446-2
- Glover F, Dumm L (1960) Validity and use of the transient flow concept in subsurface drainage. In: ASAE meeting, Memphis. USA. pp 4-7.
- Hooghoudt S B (1940) Algemeene beschouwing van het probleem van de detailontwatering en de infiltratie door middel van parallel loopende drains, greppels, slooten, en kanalen. In: Versl. Landbouwk. Onderz. 46 (14)B. Algemeene Landsdrukkerij, 's-Gravenhage.
- Riccardi G, Zimmermann E (1993) Mapas de riesgo de inundaciones aguas abajo de la presa de retención de crecidas del arroyo Ludueña. In: 1er. Simposio sobre recursos hídricos del cono sur. Asociación Brasileña de Recursos Hídricos (ABRH). pp 535-544.
- Riccardi G, Zimmermann E, Maurig R (1995). Mathematical modeling of flood for the delimitation of rural, semi-urbanized and urbanized zones with inundation risk. In: Runoff computations for water projects. IHP-IV Project M-1-4. UNESCO, pp 127-138.
- Riccardi G. (1997a). The mathematical modeling of flood propagation for the delimitation of inundation risk zones In: Rosbjerg D (ed) Sustainability of water resources under increasing uncertainty. IAHS Publication Nro 240: 355-364.
- Riccardi G. (1997b) El mapeo de riesgo de inundación por medio de la modelación matemática hidrodinámica. Revista Ingeniería del Agua. 4: 45-56.
- Riccardi G, Zimmermann E (1999) La modelación matemática bidimensional del escurrimiento subterráneo mediante esquemas de celdas. In: II Congreso Argentino de Hidrogeología. Santa Fe. Argentina.
- Sala JM; Gonzalez N; Kruse E (1983) Generalización Hidrológica de la Pcia. de Bs. As. Coloquio Internacional sobre Hidrología de Grandes Llanuras; Olavarría; Argentina.
- Van der Moolen W, Wesseling J (1991) A solution in closed form and a series solution to replace the tables for the thickness of the equivalent layers in Hooghoudt's drains spacing formula. Agricultural Water Management 19: 1-16.
- Zimmermann E, Riccardi G (1995) A preliminary model for the hydrological simulation in flatlands areas. In: International Symposium on Runoff Computations for Water Projects. IAHS. St. Petersburg; Russian Federation.
- Zimmermann E, Riccardi G (2000) Hydrodynamic model of cells for designing system of urban groundwater drainage. Hydrogeology Journal. International Assoc. of Hydrogeologists. Vol 8. No. 5. p538-548. Ed. Springer-Verlag. Berlin. Germany.
- Zimmermann E (2000) Explotación del Modelo SHALL3 para Evaluar Efectos en la Respuesta Hidrológica Provocados por Riego Generalizado Cuadernos del CURIHAM. PHI-UNESCO. ISSN 1514-2906. Vol 6 (2) 148-167.
- Zimmermann E. (2002) *Estrategias para la Calibración de un Modelo Hidrológico Superficial-Subterráneo de Alto Nivel de Detalle*. XXXII International Association of Hydrogeologist Congress. Mar del Plata. Argentina. (aceptado).



**Figura 3.** Comparación entre niveles analíticos y simulados con el modelo.



**Figura 4.** Líneas equipotenciales. Solución analítica (línea llena) y solución numérica (línea de trazos).