

4.4. Parámetros de Thiele-Small

Los parámetros físicos del altavoz introducidos anteriormente tienen la desventaja de no ser medibles en forma directa una vez que el altavoz ha sido ensamblado. Una alternativa ampliamente utilizada tanto para la especificación como para el ensayo de los altavoces la constituyen los *parámetros de Thiele-Small*, denominados así en honor de quienes los introdujeron entre 1961 y 1973. Dichos parámetros son esencialmente parámetros de resonancia y pueden determinarse a partir de ensayos simples y fácilmente normalizables. Aunque los parámetros estipulados en las especificaciones son varios, la mayoría pueden obtenerse a partir de los siguientes:

- f_s : Frecuencia de resonancia del parlante al aire libre (sin baffle y lejos de superficies reflectantes)
- Q_{ms} : Factor de mérito debido a las pérdidas mecánicas
- Q_{es} : Factor de mérito debido a las pérdidas eléctricas
- R_e : Resistencia eléctrica de la bobina en corriente continua
- R_{es} : Resistencia eléctrica equivalente a la fricción de la suspensión
- V_{as} : Volumen cuya compliancia acústica equivale a la de la suspensión
- L_e : Inductancia de la bobina

Otros parámetros son:

- Q_{ts} : Factor de mérito total (mecánico y eléctrico)
- Bl : Constante de transducción electromecánica
- C_{ms} : Compliancia mecánica de la suspensión
- M_{md} : Masa del diafragma
- M_{ms} : Masa equivalente incluyendo la masa de radiación

Analicemos las relaciones entre los parámetros de Thiele-Small y el circuito equivalente mostrado en la figura 50.

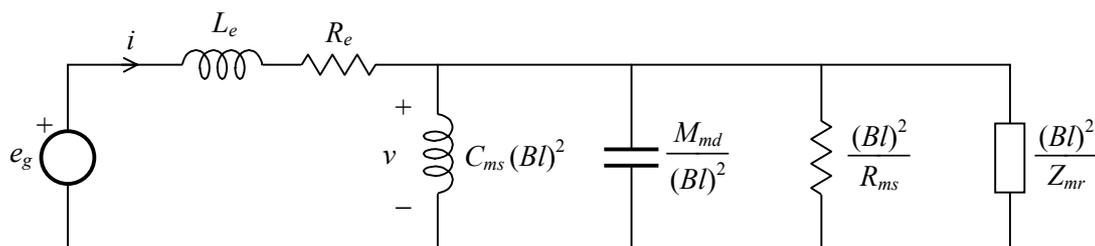


Figura 50. Circuito eléctrico equivalente de un altavoz de bobina móvil. La impedancia de radiación es la impedancia bilateral del pistón radiando al aire libre.

En este caso hemos supuesto que el generador es ideal ($R_g = 0$). Consideraremos una impedancia mecánica de radiación correspondiente al pistón radiando al aire libre, obtenida de (179) multiplicando por $(\pi a^2)^2$ y despreciando la resistencia de radiación en baja frecuencia:

$$Z_{mr} = j 2,67 a^3 \rho_o \omega. \quad ()$$

Esta aproximación es válida debido a que el pistón libre es un radiador extremadamente ineficiente en baja frecuencia,¹ por lo que la potencia entregada al medio en forma de ondas acústicas es mucho menor que la que se pierde en la resistencia mecánica de la suspensión y en la resistencia de la bobina.

La ecuación anterior corresponde a una masa mecánica de radiación

$$M_{mr} = 2,67 a^3 \rho_o. \quad ()$$

Sumada a la masa del diafragma, se obtiene una masa equivalente

$$M_{ms} = M_{md} + M_{mr} \quad ()$$

que se refleja del lado eléctrico como una capacidad.

Siempre en el rango de baja frecuencia también podemos despreciar, L_e ya que, según hemos comprobado, sus efectos no son importantes sino hasta frecuencias mucho mayores que la frecuencia de resonancia. Llegamos así al circuito simplificado de la figura 51.

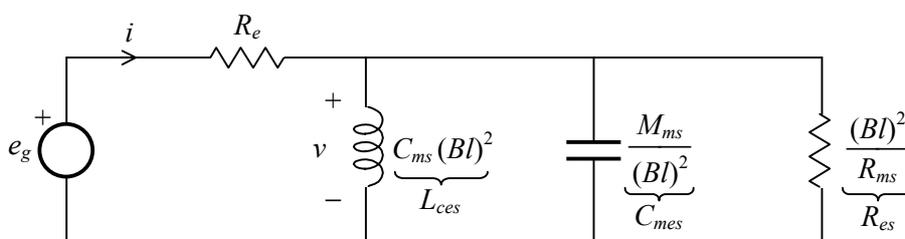


Figura 51. Circuito eléctrico equivalente del altavoz de bobina móvil en baja frecuencia. Se ha despreciado la inductancia de la bobina y la resistencia de radiación.

La impedancia eléctrica vista por el generador está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} Z_e(s) &= R_e + \frac{1}{\frac{1}{C_{ms}(Bl)^2 s} + \frac{M_{ms}}{(Bl)^2} s + \frac{R_{ms}}{(Bl)^2}} = \\ &= R_e + \frac{(Bl)^2}{\frac{1}{C_{ms} s} + M_{ms} s + R_{ms}} = \\ &= R_e + \frac{1}{\frac{1}{L_{ces} s} + C_{mes} s + \frac{1}{R_{es}}} \end{aligned} \quad ()$$

¹ Esto se pone de manifiesto en la dependencia de la cuarta potencia de $\omega a/c$.

Esta última puede reescribirse en la siguiente forma canónica:

$$Z_e(s) = R_e + R_{es} \frac{1}{Q_{ms} \left(\frac{\omega_s}{s} + \frac{s}{\omega_s} \right) + 1} \quad (*)$$

donde

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_{ces} C_{mes}}} = \frac{1}{\sqrt{C_{ms} M_{ms}}} \quad ()$$

es la frecuencia (angular) de resonancia y

$$Q_{ms} = R_{es} C_{mes} \omega_s = \frac{R_{es}}{L_{ces} \omega_s} = \frac{M_{ms} \omega_s}{R_{ms}} = \frac{1}{R_{ms} C_{ms} \omega_s} \quad ()$$

es el *factor de calidad mecánico*.

La resonancia se produce en ω_s porque al sustituir $s = j\omega_s$ la cantidad imaginaria entre paréntesis se anula, obteniéndose la máxima impedancia, de valor real puro:

$$R_m = R_e + R_{es}. \quad ()$$

El *factor de calidad eléctrico* se define de un modo algo artificioso, ya que si se eliminaran las pérdidas mecánicas haciendo $R_{es} = \infty$, desaparecería la potencia activa y reactiva. En consecuencia se obtiene el equivalente Norton del generador de señal, tal como se muestra en la figura 52.

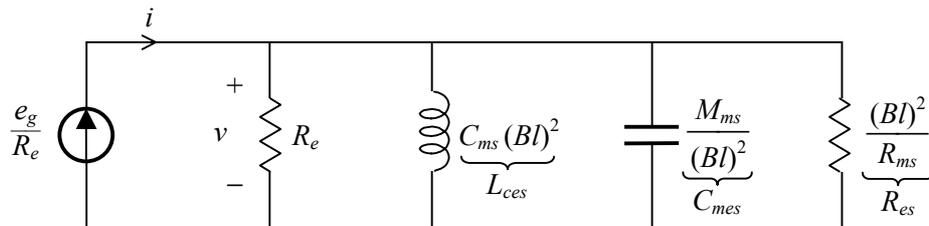


Figura 52. Circuito eléctrico equivalente con fuente equivalente de Norton para la definición del factor de calidad eléctrico.

En este circuito el factor de calidad eléctrico se calcula por analogía con el mecánico, sustituyendo R_{es} por R_e :

$$Q_{es} = R_e C_{mes} \omega_s = \frac{R_e}{L_{ces} \omega_s} = \frac{R_e}{R_{es}} Q_{ms} \quad (***)$$

El factor de calidad total será, correspondientemente,

$$Q_{ts} = R_e // R_{es} C_{mes} \omega_s = \frac{R_e // R_{es}}{L_{ces} \omega_s} = \frac{Q_{es} Q_{ms}}{Q_{es} + Q_{ms}}. \quad ()$$

El volumen equivalente de la compliancia de la suspensión, V_{as} , se puede calcular en términos de la compliancia mecánica de la suspensión a partir de la relación entre la compliancia mecánica y la compliancia acústica:

$$C_{as} = (\pi a^2)^2 C_{ms}$$

Además

$$C_{as} = \frac{V_{as}}{\rho_0 c^2},$$

de donde

$$V_{as} = \rho_0 c^2 (\pi a^2)^2 C_{ms}. \quad ()$$

4.4.1 Medición de los parámetros de Thiele-Small

La medición de los parámetros de Thiele-Small se realiza con el altavoz al aire libre, lejos de superficies reflectoras.² El parámetro más fácil de medir es, indudablemente, R_e , ya que se mide en continua con un simple óhmetro. La inductancia de la bobina L_e puede medirse a una frecuencia suficientemente alta como para que la inercia del diafragma pueda considerarse equivalente a un cortocircuito eléctrico. Sin embargo, se debe tener en cuenta que esta inductancia aparente se reduce con la frecuencia debido a la carga que representa el secundario parásito constituido por el circuito magnético, que es conductor.³ Por ello conviene realizar la medición un par de octavas por encima de la frecuencia donde la impedancia comienza a crecer.

La frecuencia de resonancia f_s se puede obtener a partir de un barrido de frecuencias, midiendo la tensión y la corriente y luego graficando la impedancia. Debe tenerse en cuenta que un amperímetro produce una caída de tensión, por lo cual no se puede confiar en que la tensión en el altavoz sea igual a la aplicada por el amplificador, de allí la necesidad de medir la tensión directamente en los terminales del altavoz. Un modo alternativo, si se dispone de un osciloscopio de dos canales, consiste en medir en modo X-Y la tensión en el altavoz y la tensión en una pequeña resistencia R_s en serie (figura 53). Se forma una curva de Lissajous (elipse) que se va angostando al variar la frecuen-

² Este requisito no es tan estricto como si se deseara determinar el patrón de radiación, que requiere un ambiente anecoico. En este caso es al solo efecto de evitar cargar al altavoz con una onda reflejada, ya que esto alteraría la impedancia de radiación.

³ Si se carga con una resistencia R un transformador cuyo primario tiene una inductancia L_1 y cuyo secundario tiene una inductancia L_2 , la impedancia vista desde el primario vale (suponiendo acoplamiento total)

$$Z = R L_1 s / (R + L_2 s).$$

En el caso de una espira en cortocircuito $L_2 \ll L_1$, por lo tanto para frecuencias bajas Z es muy aproximadamente igual a la reactancia de L_1 . Para alta frecuencia, ωL_2 comienza a hacerse comparable a R , por lo cual la impedancia deja de comportarse como una reactancia inductiva pura. Para muy alta frecuencia se comporta, de hecho, como la resistencia R de la espira (la cual, sin embargo, también varía debido al efecto pelicular).

cia hasta que al alcanzar la resonancia se convierte en una recta. Esto sucede porque la impedancia en ese caso es resistiva, por lo cual la tensión y la corriente están en fase.⁴ Se obtiene la resistencia R_m en esa condición a partir de las mediciones de tensión y corriente. Se cumple

$$R_m = R_e + R_{es}. \quad (**)$$

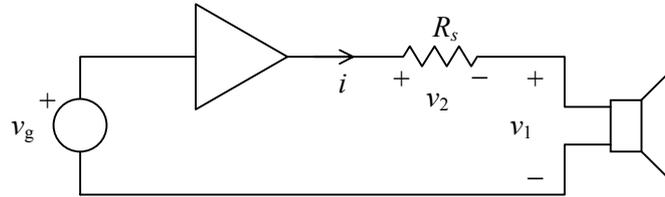


Figura 53. Configuración para medir la frecuencia de resonancia.

Esta configuración puede utilizarse también para medir el factor de calidad mecánico. Para ello tengamos en cuenta primero que la ecuación (*) puede expresarse como

$$Z_e(s) = R_e \frac{Q_{ms} \left(\frac{\omega_s}{s} + \frac{s}{\omega_s} \right) + \frac{R_e + R_{es}}{R_e}}{Q_{ms} \left(\frac{\omega_s}{s} + \frac{s}{\omega_s} \right) + 1}, \quad ()$$

o bien, para $s = j\omega$ y teniendo en cuenta (**),

$$Z_e(j\omega) = R_e \frac{jQ_{ms} \left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right) + \frac{R_m}{R_e}}{jQ_{ms} \left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right) + 1}, \quad ()$$

En principio bastaría medir la impedancia a cualquier frecuencia y despejar Q_{ms} . Para abreviar la notación introduzcamos una constante r_o a elegir convenientemente y sea ω_1 un valor de frecuencia tal que

$$|Z(j\omega_1)|^2 = r_o R_e^2, \quad ()$$

es decir,

$$\frac{Q_{ms}^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^2 + \left(\frac{R_m}{R_e} \right)^2}{Q_{ms}^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^2 + 1} = r_o, \quad ()$$

⁴ La inclinación de la recta dependerá fundamentalmente de las escalas seleccionadas. Para lograr la mayor precisión conviene adoptar las escalas de modo que la recta esté aproximadamente a 45°.

Despejando, resulta

$$Q_{ms} = \frac{1}{\left| \frac{\omega_1}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_1} \right|} \sqrt{\frac{\left(\frac{R_m}{R_e} \right)^2 - r_0}{r_0 - 1}} \quad ()$$

Vemos que si se adopta

$$r_0 = \frac{R_m}{R_e} \quad ()$$

la expresión se simplifica notablemente, obteniéndose

$$Q_{ms} = \frac{1}{\left| \frac{\omega_1}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_1} \right|} \sqrt{\frac{R_m}{R_e}} \quad ()$$

Alternativamente, se pueden medir dos frecuencias $\omega_2 > \omega_1$ para las que

$$|Z(j\omega_i)| = R_e \sqrt{r_0} = \sqrt{R_e R_m}, \quad ()$$

tal como se muestra en la figura 54. Entonces es fácil ver que⁵

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_s} = \left| \frac{\omega_1}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_1} \right| = \left| \frac{\omega_2}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega_2} \right| \quad ()$$

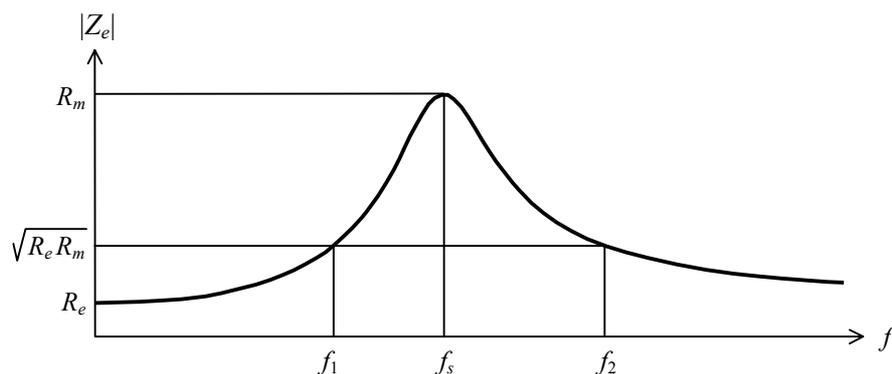


Figura 54. Determinación de las frecuencias necesarias para la determinación del factor de calidad mecánico Q_{ms} .

⁵ En efecto, si planteamos $|\omega/\omega_s - \omega_s/\omega| = K$, se obtienen dos ecuaciones de segundo grado:

$$(\omega/\omega_s)^2 \pm K(\omega/\omega_s) - 1 = 0,$$

cuyas soluciones positivas ω_1 y ω_2 , obtenidas aplicando la resolvente, verifican la propiedad indicada.

con lo cual Q_{ms} puede expresarse como

$$Q_{ms} = \frac{\omega_s}{\omega_2 - \omega_1} \sqrt{\frac{R_m}{R_e}} = \frac{f_s}{f_2 - f_1} \sqrt{\frac{R_m}{R_e}}. \quad ()$$

Para obtener Q_{es} recurrimos a la ecuación (***):

$$Q_{es} = \frac{R_e}{R_{es}} Q_{ms} = \frac{1}{\frac{R_m - R_e}{R_e}} Q_{ms} = \frac{Q_{ms}}{r_0 - 1} \quad (***)$$

El factor de calidad total se obtiene, análogamente como

$$Q_{ts} = \frac{Q_{es} Q_{ms}}{Q_{es} + Q_{ms}} = \frac{Q_{ms}}{r_0}. \quad ()$$

Estas fórmulas permiten una forma sencilla de determinar Q_{ms} , Q_{es} y Q_{ts} .

Para determinar el volumen equivalente a la compliancia de la suspensión, V_{as} , se aplica una carga conocida al diafragma, observándose cómo varía la frecuencia de resonancia. Hay dos métodos posibles. El primero consiste en aplicar sobre el diafragma una masa conocida M que no altere significativamente la masa de radiación, por ejemplo, un cono truncado de cartón grueso directamente apoyado sobre el cono del altavoz dispuesto horizontalmente. La masa total equivalente será, entonces,

$$M_t = M_{ms} + M. \quad ()$$

La nueva frecuencia de resonancia será menor y estará dada por

$$\omega_s' = \frac{1}{\sqrt{C_{ms} M_t}} = \frac{1}{\sqrt{C_{ms} (M_{ms} + M)}} \quad ()$$

Las ecuaciones () y () constituyen un sistema de ecuaciones del cual se pueden despejar M_{ms} y C_{ms} . Resulta

$$M_{ms} = \frac{M}{\left(\frac{\omega_s}{\omega_s'}\right)^2 - 1} \quad ()$$

$$C_{ms} = \frac{1}{\omega_s^2 M_{ms}} = \frac{1}{\omega_s^2 M} \left(\left(\frac{\omega_s}{\omega_s'}\right)^2 - 1 \right), \quad ()$$

de donde

$$V_{as} = \frac{\rho_o c^2 (\pi a^2)^2}{\omega_s^2 M} \left(\left(\frac{\omega_s}{\omega_s'}\right)^2 - 1 \right). \quad ()$$

El segundo método consiste en cargar el altavoz con una compliancia acústica, es decir hacerlo radiar dentro de una caja rígida o baffle de volumen conocido. En este caso, se altera la compliancia total, con lo cual sería aplicable un procedimiento similar al anterior. Sin embargo, la caja modifica también la impedancia de radiación, que pasa a tener dos componentes que en baja frecuencia se aproximan por masas de radiación:

$$Z_{mr}' \cong j\omega M_{mr}' = j\omega(M_{mr1} + M_{mr2}). \quad ()$$

La masa de radiación externa corresponde a la de un pistón en baffle infinito, es decir,

$$M_{mr1} = \frac{8}{3\pi} \pi a^3 \rho_0. \quad ()$$

La masa interna está dada por

$$M_{mr2} = K_B \pi a^3 \rho_0. \quad ()$$

donde K_B es una constante que depende del parámetro $\xi = \pi a^2/S$, siendo S el área de la cara sobre la cual se encuentra el altavoz, según se muestra en la figura 55. Para $\pi a^2 \ll S$ ambas masas de radiación son iguales.

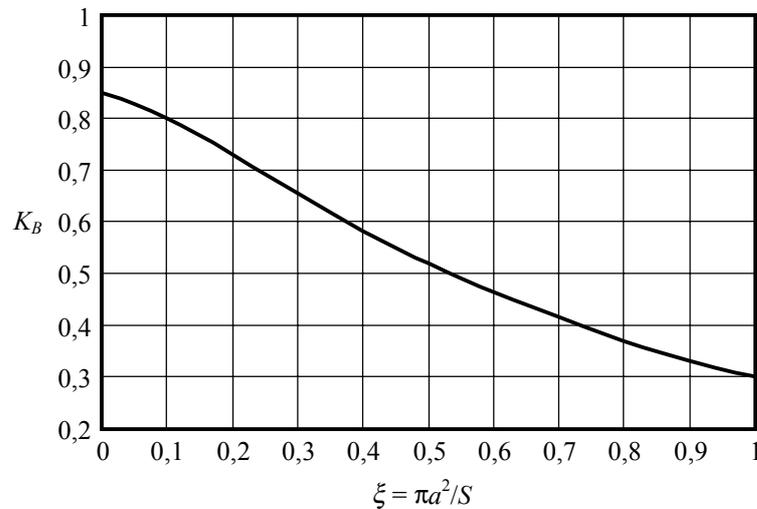


Figura 55. Constante K_B para el cálculo de la masa acústica de radiación dentro de una caja o baffle.

La constante K_B puede determinarse también por medio de la siguiente aproximación analítica:

$$K_B(\xi) = 0,5755 + 0,1747 \operatorname{arctg} \left(\frac{0,41 - \xi}{\xi(1 - \xi)} \right). \quad ()$$

Igual que en el método anterior se miden las frecuencias de resonancia con el altavoz al aire libre y radiando dentro de la caja. Explicitando las masas de radiación, las expresiones son, ahora,

$$\omega_s^2 = \frac{1}{C_{ms}} \frac{1}{M_{md} + M_{mr}}$$

$$\omega_s'^2 = \frac{1}{C_{ms} + C_{mB}} \frac{1}{M_{md} + M_{mr}'}$$

donde C_{mB} es la compliancia mecánica del volumen de aire dentro de la caja, es decir,

$$C_{mB} = \frac{V_B}{\rho_o c^2 (\pi a^2)^2}$$

Nuevamente estamos ante un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resuelto, se obtiene

$$M_{md} = \frac{1 - C_{mB}(M_{mr}' - M_{mr})\omega_s'^2}{C_{mB}(\omega_s'^2 - \omega_s^2)} - M_{mr} \quad (0)$$

$$C_{ms} = \frac{C_{mB} \left(\left(\frac{\omega_s'}{\omega_s} \right)^2 - 1 \right)}{1 - C_{mB}(M_{mr}' - M_{mr})\omega_s'^2} \quad (0)$$

A partir de esta última, dada la proporcionalidad entre el volumen y la compliancia, se obtiene

$$V_{as} = \frac{V_B \left(\left(\frac{\omega_s'}{\omega_s} \right)^2 - 1 \right)}{1 - \frac{V_B}{\rho_o c^2 (\pi a^2)^2} (M_{mr}' - M_{mr}) \omega_s'^2} \quad (0)$$

Es de hacer notar que la masa de radiación de un lado con baffle infinito, M_{mr1} , coincide numéricamente con la masa de radiación total del pistón al aire libre, M_{mr} , por lo cual podemos aproximar muy bien $M_{mr}' - M_{mr}$ por M_{mr2} , de donde

$$V_{as} = \frac{V_B \left(\left(\frac{\omega_s'}{\omega_s} \right)^2 - 1 \right)}{1 - \frac{V_B}{\rho_o c^2 (\pi a^2)^2} K_B \pi a^3 \rho_o \omega_s'^2} = \frac{V_B \left(\left(\frac{\omega_s'}{\omega_s} \right)^2 - 1 \right)}{1 - \frac{K_B V_B \omega_s'}{a c^2}} \quad (0)$$

