

El *Problema de Coloreo de Grafos* (PCG) consiste en asignar un color a cada vértice de un grafo, utilizando la mínima cantidad de colores posibles pero de forma tal que vértices adyacentes no compartan el mismo color. Este problema NP-difícil modela una gran cantidad de aplicaciones para las cuales es necesario resolver instancias de gran tamaño. Los algoritmos de *ramificación y corte* (B&C), basados en el estudio poliedral de diferentes modelos de programación lineal entera, se han consolidado como la herramienta más eficiente para este objetivo.

Algunas de las aplicaciones del PCG requieren que la «carga» de los colores sea repartida en forma equilibrada. En particular, en el *Problema de Coloreo Equitativo de Grafos* (PCEG) los cardinales de las clases de cada color deben diferir a lo sumo en una unidad. Los modelos de programación lineal entera estudiados para el PCG pueden ser adaptados al PCEG modelando adecuadamente las restricciones adicionales de equidad. De esta manera, las desigualdades utilizadas como planos de corte en los algoritmos de B&C para el PCG resultan también desigualdades válidas para el poliedro asociado al modelo del PCEG. Sin embargo, insertos en un algoritmo de B&C para resolver el problema, no mantienen necesariamente la misma eficiencia demostrada para resolver el PCG. Por esta razón, resulta necesario determinar desigualdades válidas propias de este nuevo poliedro, en particular las asociadas a las restricciones de equidad.

A partir del modelo de Méndez- Zabala para el PCG que utiliza variables binarias  $x_{vj}$  para modelar cuándo un vértice  $v$  tiene asignado el color  $j$  y  $w_j$  para representar cuándo el color  $j$  es utilizado, en este trabajo se modelan las restricciones de equidad necesarias para el PCEG adicionando, por cada color  $j$ , las desigualdades

$$w_n + \sum_{k=j}^{n-1} \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor (w_k - w_{k+1}) \leq \sum_{v \in V} x_{vj} \leq w_n + \sum_{k=j}^{n-1} \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil (w_k - w_{k+1}).$$

Dado un conjunto de vértices  $S$  y un conjunto de colores  $C$ , llamamos  $CS$ -desigualdad a la restricción

$$\sum_{j \in C} \sum_{v \in S} x_{vj} + \sum_{v \in V} x_{vn-1} \leq \sum_{k=1}^{n-1} \alpha(k, C, S) (w_k - w_{k+1}) + w_{n-1} + |C|w_n,$$

donde  $\alpha(k, C, S)$  es la máxima cantidad de vértices de  $S$  que pueden ser pintados con colores de  $C$  en un  $k$ -coloreo equitativo.

Probamos que una  $CS$ -desigualdad es válida para el poliedro del PCEG si y sólo si  $S$  no es una clique y se presentan condiciones suficientes y condiciones necesarias para que una  $CS$ -desigualdad defina faceta.

Se presentan además condiciones suficientes para que algunas de las familias de desigualdades heredadas del poliedro del coloreo tradicional, como por ejemplo las desigualdades *clique* y *block*, definan facetas.